ARTICULOS

OPERACIONES AUTOFORMANTES Y HETEROFORMANTES

Ensayo de un criterio de demarcación gnoseológica entre la Lógica formal y la Matemática (I)

GUSTAVO BUENO
Oviedo

«Cuando señalas con tu dedo a la Luna —dice el proverbio oriental— el estúpido mira atentamente al dedo». En este artículo vamos a defender la tesis de que en la **estupidez** *de la Lógica formal occidental ante los símbolos algebráicos es donde reside su sabiduría.*

I. PLANTEAMIENTO DE LA CUESTION

El desarrollo progresivo del formalismo lógico (imitando muchas veces el paradigma del formalismo matemático: Leibniz, Boole, Frege...) así como el progresivo desarrollo de la formalización matemática (Peano, Russell, Bourbaki...) han determinado una creciente aproximación, siquiera sea en el plano de las apariencias (en el plano tecnológico del lenguaje algebráico) entre la Lógica y las Matemáticas. Esta aproximación podrá ser reconocida, por lo menos, como un hecho cultural. No prejuzgamos de momento cuál sea su alcance. Sin duda, las analogías en los procedimientos de ambas ciencias no son gratuitas, meros mimetismos superficiales. Pero el reconocerlo así tampoco significa que estas semejanzas prueben, por sí mismas, la indistinción entre Lógica y Matemáticas: plantean, más bien, constantemente, la cuestión de su demarcación y explican, por lo menos en el plano psicológico, la tendencia a confundir los procedimientos matemático-formales y los procedimientos lógico-formales. Tanto cuando esa confusión tiene el sentido de una subsunción de ambos procedimientos en un *tertium* (¿el Algebra abstracta?), cuando cobra el sentido de una reducción (o asimilación) de la Lógica a las Matemáticas (la «línea cartesiana», que culmina en Hilbert, en la concepción de la Lógica como «infancia de las Matemáticas», del *órganon* aristotélico como sistema *realizado* por la Geometría de Euclides, o simplemente, concepción de la Lógica como una «sección» de la Matemática, al lado del Cálculo, o de la Geometría proyectiva), o bien cuando asume el sentido opuesto, el de la reducción de las Matemáticas a la Lógica (la «línea leibniziana» logicista, que culmina en Russell). De hecho, en todo caso, es lo cierto que los criterios de demarcación no parecen estar a la vista: se procede muchas veces como si no existieran. La misma expresión, hoy popularizada, «Lógica matemática» (cuyo alcance es mucho más general que el que correspondería a una «Lógica de las Matemáticas») puede servir de testimonio de esta confusión, acaso legítima, a la par que de refuerzo de la misma. Y la disciplina llamada entre nosotros «Lenguaje matemático» se resuelve prácticamente en un curso de Lógica formal sobre ejemplos matemáticos. Pero, a veces, se trata de mucho más que de ejemplos o de aplicaciones: en las dos obras fundacionales de Boole (*Laws of Thougths* y —su título ya lo anuncia— *The Mathematical Analysis of Logic*) encontramos nada menos que una derivación de lo que se considera la función lógica por antonomasia [$y = ax + b\,(1 - x)$] a partir de la fórmula de Taylor o de Mc Laurin, respectivamente, para el desarrollo en serie de funciones enteras —fórmulas cuya estructura matemática nadie puede poner en duda—. ¿Cómo podría derivarse una fórmula lógica a partir de una fórmula matemática (y no ya de la aritmética elemental sino del cálculo diferencial) si no existiera una sustancial afinidad entre ambos simbolismos? ¿No estaríamos sencillamente ante un puro disparate, en el que aparecen asociadas fórmulas que se refieren a valores discretos con fórmulas que suponen un cálculo de «lo continuo»?. Pero no nos parece suficiente decir que la derivación de Boole es «artificiosa», o que pertenece a la «arqueología» de la Lógica formal. Es preciso poder penetrar en la naturaleza de esa artificiosidad, aclarar cómo ha sido siquiera posible el artificio. Por otra parte, no pertenece ya a la arqueología de la Lógica formal, sino a su práctica presente, el uso interno de conceptos matemáticos tales como «cantidades booleanas», «cantidad booleana general», representable por cubos o hipercubos (1). Se «aritmetiza» la sintaxis lógica (Gödel) y se «logicaliza» la matemática (Russell).

Y, sin embargo, en el teclado mismo del computador que contiene tanto símbolos lógicos como matemáticos, podemos diferenciar muy bien el sector de los «botones lógicos» y el sector de los «botones numéricos». En los manuales de lenguajes de ordenadores se distinguen explícitamente los símbolos que pertenecen a la «parte lógica» de esos lenguajes («V», «$\wedge$», «$\rightarrow$») de aquellos que pertenecen a su «parte matemática» («+», «$\sqrt{}$», «sen x»). Pero, ¿cómo formular una distinción adecuada entre partes que, sin embargo, han de funcionar juntas, entretejidas, «confundidas»?. ¿Cómo trazar una línea de demarcación entre sectores cuyos elementos parecen desbordar constantemente su propio recinto; borrar toda línea de demarcación como superficial, artificiosa o extrínseca?. ¿No será porque la línea de demarcación deberá trazarse en un estrato más profundo, por debajo de la continuidad aparente establecida por la *praxis* tecnológica?. ¿No será preciso regresar hacia las Ideas filosóficas —en tanto se realizan precisamente por la mediación de estos mismos desarrollos tecnológicos y científicos (*categoriales*)— para poder establecer la línea gnoseológica de demarcación que, en todo caso, seguimos percibiendo, aunque sea con «trazo discontinuo»?.

2. No faltan, por supuesto, como es bien sabido, propuestas de criterios de demarcación entre la Lógica formal y las Matemáticas, propuestas que son defendidas tenazmente con argumentos nada gratuitos. Como es obvio, cada criterio de demarcación incluye una cierta concepción acerca de la naturaleza de las Matemáticas y de la Lógica. A veces, porque explícitamente un criterio determinado se apoya en esa concepción; otras veces, porque la promueve; en general, porque la cuestión de la demarcación entre Lógica y Matemáticas, al mismo tiempo que testimonia un entendimiento (implícito o explícito) de cada uno de los campos respectivos, contribuye internamente a configurar ese entendimiento, puesto que, en rigor, es una parte de ese mismo proceso de entendimiento (no puede entenderse filosóficamente nada sobre la esencia de la Lógica al margen del entendimiento de la naturaleza de las Matemáticas o recíprocamente). Vamos a pasar revista, muy someramente, a los principales esquemas que están, por decirlo así, disponibles (y que, de hecho, han sido propuestos) en órden a entender la naturaleza de la Lógica, para después proceder a considerar algunas de las interferencias que con esos esquemas han de alcanzar diferentes tesis sobre la línea de demarcación entre Lógica y Matemáticas. También podría procederse inversamente (partir de la exposición de diversos esquemas de demarcación y explorar después su incidencia en las concepciones respectivas de la Lógica o de la Matemática). Y podríamos, por último, comenzar por los esquemas relativos a las concepciones en torno a la naturaleza de las Matemáticas. Lo ideal sería cubrir todas estas posibilidades, porque los caminos que se abrieran a partir de cada una de ellas no tendrían por qué esperarse siempre confluyentes. Pero no es éste el lugar adecuado para semejante tarea.

(1) J. Kuntzmann, *Algèbre de Boole*, París, Dunod 1965, & 12.

A) En una primera rúbrica agruparíamos a todos los esquemas que convienen en poner a la Lógica en la dirección de la Ontología general. La Lógica formal, por serlo, sería también general, universal: las fórmulas lógicas representarían estructuras ontológicas absolutamente universales (y de ahí su carácter «segundo-intencional», respecto de las leyes ontológicas, en cuanto vendrían a ser, en expresión de Frege, las «leyes de las leyes de la Naturaleza») y los principios lógicos —el principio de identidad, el principio de no contradicción, el principio de tercio excluído— serían paralelos a los principios ontológicos. La Lógica será así entendida como *mímesis* de la Metafísica, como decían los aristotélicos. Las leyes lógicas serían leyes *trascendentales*, constitutivas del *Mundo*, o mejor aún, expresión de la estructura del Mundo «anteriormente a su creación», en frase de Hegel (2). No por ello queda disociada necesariamente la Lógica de la *mente* —digamos, del *logos*— en la medida en que el Mundo se considera a su vez como determinación de una mente, ya sea la «mente divina» (la «lógica divina» de los neoplatónicos, de los cristianos o de los musulmanes) ya sea la «mente humana» (o acaso zoológica), el ego trascendental de Kant o de Wittgenstein (3).

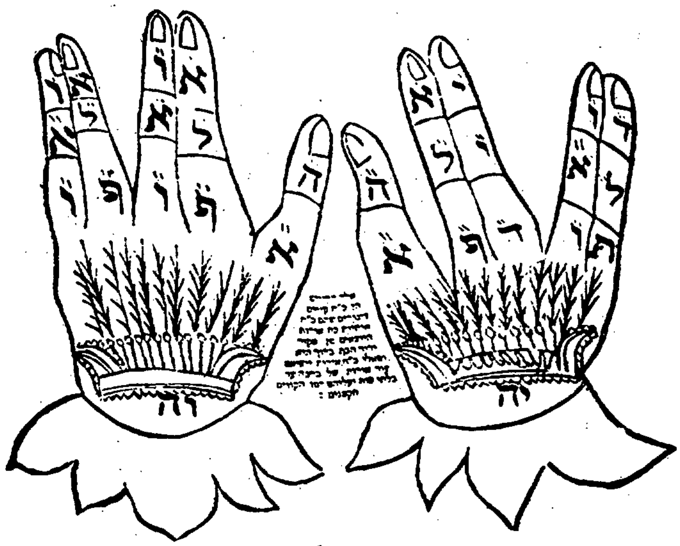
Acaso lo más característico de todos los esquemas que incluimos en esta primera rúbrica sea el intento de entender a la Lógica formal a la luz de una Lógica trascendental, sea en el sentido de Suárez, sea en el de Kant, sea en el de Husserl, sea en el de Wittgenstein. La Lógica formal no será percibida ahora meramente como un «lenguaje artificial», incluso convencional: si es un lenguaje será un lenguaje que representa «la trama invisible del Mundo» (de nuestro Mundo) y, por ello, la Lógica no dirá nada sobre los *contenidos* (o *materia*) de este Mundo. Acaso, porque vale para «todos los mundos posibles», como sostienen (en la tradición de Leibniz) H. Scholz y G. Hasenjäger (4). Y decir que vale para todos los mundos posibles la Lógica acaso no sea algo tan metafísico como declara su primer sonido, si es que todos esos mundos posibles a los cuales nos volvemos (cuando resolvemos abandonar el nuestro) terminan por ser declarados como isomorfos a él, de suerte que «aún cuando Dios hubiera creado varios mundos, no podría haber uno en donde no se observaran cumplidamente las leyes divinas, las de nuestro mundo» (5). Decía F. Mauthner: «Ya el formar un plurar de mundo es una insolencia, porque nunca ni

(2) Hegel: «... La lógica tiene que ser concebida como el sistema de la razón pura, como el reino del pensamiento puro. *Este reino es la verdad tal como está en sí y por sí, sin envoltura*. Por eso puede afirmarse que dicho contenido es la *representación de Dios, tal como está en su ser eterno, antes de la creación de la naturaleza y de un espíritu finito*» (*Ciencia de la lógica*, Introducción).

(3) *Tractatus* 6.13. Vid. M. Garrido, *La lógica del mundo*, en *Teorema*, número monográfico, 1972, págs. 139-152.

(4) *Metaphysik als strenge Wissenschaft*, Darmstadt, reimpr. 1965. *Conceptos y problemas de la lógica moderna*, Barcelona, Labor 1978.

(5) Descartes, *Discurso del Método*, parte V.



jamás hubo más de uno» (6). La lógica, en cuanto trascendental, no se entenderá como empírica o convencional, sino como pura y *a priori,* ya se haga depender ese apriorismo de las esencias formales a las cuales el mundo habría de someterse («platonismo») ya se haga depender de la propia estructura de su demiurgo, entendido como *dator formarum* («operacionismo», desde Kant hasta Dingler).

Lo más frecuente es atribuir a la Lógica el sentido de una universalidad formal genérica común a todas las diversas manifestaciones de la argumentación o del razonamiento (físico, matemático, político, etc.) dado en cualesquiera de los lenguajes naturales L_1, L_2, ...L_n. Aunque no se considere trascendental de un modo explícito, una Lógica formal así entendida ejercerá sus mismos efectos. Porque si «formal» significa ahora «genérico», «universal» (a todo tipo de razonamiento material, específico), las leyes lógico formales serán leyes normativas y apriorísticas respecto de cada materia determinada. Con este alcance se habla cuando se dice que la Lógica formal estudia la «validez formal» de las inferencias, etc. (estas frases resultan vacías en el momento en que dudemos que la Lógica formal sea lo mismo que una Lógica general, o, lo que es equivalente, que pongamos en duda que pueda hablarse de una *forma* sin *materia:* si a la Lógica formal, como ciencia cerrada, debe corresponderle un campo material de términos, la cuestión de la validez o verdad de las leyes lógicas y de su conexión con otras ciencias hay que entenderla de manera muy distinta a la que se insinua en la relación del género a la especie).

Ciertos criterios que apelan a oposiciones ontológicas de apariencia ontológico-especial (tales como la distinción usada por Spencer (7) entre *cualidad* y *cantidad:* la Lógica sería la ciencia de la cualidad, la Matemática la ciencia de la cantidad) podrían acaso incluirse en esta primera rúbrica, porque cuando la *cualidad* se interpreta como el dominio de «todo aquello que no es cuantitativo», incluyendo cualquier tipo de entidad (también las «cantidades intensivas» de las que nos habla Piaget (8)) viene a equivaler a un concepto de carácter ontológico-general.

(6) *Contribuciones a una crítica del lenguaje,* trad. esp. J. Moreno Villa, Madrid, Jorro, 1911, págs. 144-145.

(7) *The Classification of the Sciences* (1864), en *Essays,* II, pág. 74.

(8) *Traité de Lógique,* París, Armand Collin, 1949, pág. 72.

B) En una segunda rúbrica incluiríamos a todos aquellos esquemas que tienden a referir las «leyes lógicas formales» a la realidad (empírica) del mundo físico —digamos, que tienden a reducir la Lógica a un ámbito *primogenérico.* Cuando el «mundo físico» (incluyendo las dimensiones *segundo genéricas*) se identifica con el «mundo», sin más, los esquemas agrupados en A coincidirán con los esquemas agrupados en B: tal sería probablemente el caso de Hegel, cuyo panlogismo implica, por eso, que todo lo real, empírico, es, a la vez, lógico, racional. Pero cuando estos supuestos no se den, las leyes del mundo físico, como leyes lógicas, podrán entenderse simplemente como un conjunto más de leyes empíricas, caracterizado acaso por su generalidad: la Lógica será entendida como una «física del objeto cualquiera» en el sentido de Gonseth (9). Y si acaso se restringe este «objeto cualquiera» al «sistema nervioso» o a las máquinas cibernéticas que lo simulan, la Lógica podrá seguir siendo entendida a la luz de la Mecánica, sin perjuicio de considerarla como una legalidad peculiar de ciertos sistemas mecánicos.

C) Mucho más tradicionales son los esquemas que refieren, desde luego, la Lógica, al pensamiento subjetivo (ya sea en una perspectiva espiritualista, ya sea en una perspectiva biologista), psicológico o sociológico (*segundogenérico*), esquemas que entienden la Lógica formal como el «arte del pensamiento» o como la «moral del entendimiento». La perspectiva es ahora psicologista —no fisicalista— y aún cuando a veces este psicologismo pueda aproximarse a posiciones trascendentales (acaso aquello que se designa cuando se habla del «pensamiento *puro*», a la Lógica como estudio de las leyes del pensamiento que preside todavía el título de la obra de Boole: *The laws of Thought*) con frecuencia se distingue de ellas y constituye incluso una reinterpretación positiva (psicológica o sociológica) del trascendentalismo kantiano. Podríamos perseguir esta línea de positivización (categorización) del sujeto trascendental kantiano desde J.S. Beck (10) hasta T. Lipps (11), o Heysmann, cuando asimilaba las fórmulas lógicas a fórmulas químicas, a las fórmulas de una «química mental» (12). También la concepción que Piaget se forja de las leyes lógicas se mantiene en esta línea psicologista, si bien fuertemente impregnada de biologismo: las leyes lógicas serían, para él «coordinaciones entre las acciones del sujeto» (13). El sociologismo se eleva a un nivel radicalmente diferente del nivel psicológico, porque las leyes lógicas no serán ahora «leyes subjetivas individuales» —aunque sean universal-distributivas en la especie— cuanto leyes supraindividuales, sociales: «la génesis de las categorías del pensamiento se hallan en la estructura y relaciones de grupo social y dichas categorías varían según

(9) *La lógique en tant que physique de l'objet quelconque, Congrés* 1935, Actas VI, París, Hermann, Actualités, 1936, nº 393.

(10) *Grundriss der Kritischen Philosophie,* 1796, & 2: «Die Wissenschaft, welche des Denken selbst zum Gegenstande hat, ist die Logik».

(11) *Elementos de lógica,* trad. esp. 1925, sección I, cap. 1º, & 3: «La lógica es una disciplina psicológica, puesto que el conocer sólo se da en la psique y el pensar que en ella se realiza es un hecho psicológico».

(12) El silogismo (MaX + MaY + YiX + XiY) sería comparable a la reacción de neutralización (C1H + H0Na = C1Na + H20). Husserl, *Investigaciones lógicas,* prolegómenos, cap. VI.

(13) Piaget-Beth, *Epistemologie mathèmatique et psychologie, essai sur les relations entre la logique formelle et la penseé reelle.* París, PUF, 1961.

los cambios que la organización social sufre» —enseña la escuela durkheimiana (14). Sin embargo, el sociologismo lógico sigue siendo un subjetivismo —como queda claro cuando contrastamos sus tesis simplemente con las del objetivismo fisicalista o cibernético. Para decirlo con la vigorosa expresión de Lenin: «pensar que el idealismo filosófico desaparece por el hecho de que se sustituya la conciencia individual por la de la humanidad o la experiencia de un sólo hombre por la experiencia social organizada es como imaginar que el capitalismo desaparece cuando el capitalista individual es sustituido por una sociedad por acciones» (15).

D) Por último, dese los estóicos (16) hasta Popper (17) pasando por la doctrina tomista que concibe a la Lógica como «ciencia del ente de razón consistente en las segundas intenciones objetivas» (18) se ha mantenido siempre presente la concepción de la Lógica como una ciencia referida a ciertas entidades objetivas ideales, esenciales (*terciogenéricas*) que acaso no puedan ser sustancializadas (como si poseyesen una realidad existencial independiente de los sujetos operatorios a través de las cuales sin duda únicamente se realizan) pero no pueden tampoco ser reducidas a la subjetividad psicológica o social (*segundogenérica*) ni tampoco a la objetividad fisicalista, corpórea (*primogenérica*).

3. Sin duda existen otras muchas concepciones sobre la naturaleza de la Lógica más próximas a la perspectiva *gnoseológica* y que no pueden fácilmente clasificarse en algunas de las rúbricas anteriores. Citaremos, por su importancia, la concepción de la Lógica (mantenida, dentro de la Escolástica, en la tradición escotista) como «ciencia de la argumentación», del razonamiento —porque esta concepción tiene la ventaja de aproximarnos a la misma «inmanencia» de los sistemas lógico formales (19). Esta concepción de la Lógica como disciplina centrada en torno al silogismo —o sus variantes: Lógica como teoría de la argumentación, Lógica como teoría de los sistemas deductivos, Lógica como teoría de la ilación, Lógica como teoría de la inferencia, del razonamiento deductivo, de la implicación, de la derivación, de la «involución» (la *lógical involution* de Carnap, en el sentido de Kneale (20)— tiene la ventaja propia de toda definición gnoseológico-denotativa (y denotativa de la «parte principal o notoria» del «sujeto principal», denotativa por sinécdoque). Desde la perspectiva de la teoría del *cierre categorial* diríamos que lo que se denota en este tipo de definiciones son ciertas *figuras* notorias del campo gnoseológico (silogismos, derivaciones), ciertos *contextos determinantes* del *campo,* más que la estructura del *campo* gnoseológico mismo —como si definiésemos la Geometría como la «ciencia de las circunferencias y de los triángulos». Pero estas definiciones denotativas —muy útiles, sin duda, y aún necesarias— son poco filosóficas. Sus consecuencias, además, pueden ser muy molestas por su capacidad oscurecedora de muchos problemas particulares. Citaremos aquí el caso de la problemática lógica que envuelve la llamada «falacia naturalista» («no hay posibilidad *lógica* de derivar una proposición normativa —un *deber ser*— de una proposición apofántica o declarativa —del *ser*—»). Esta *imposibilidad lógica* está entendida en el marco de una definición de la Lógica como ciencia del razonamiento deductivo, como reconoce J. Muguerza: «quizá cabría objetar que la falacia naturalista no dejará de ser una falacia lógica aún si se encuentra alguna vía no -deductiva para pasar de un es a un debe. Pero todo dependerá, en dicho caso, de lo que se desee entender por lógica. Lo más normal —y acaso lo más aconsejable— es reservar la denominación de lógica para el estudio del razonamiento deductivo...» (21). Pero, ¿acáso el significado de *lógica* depende sólo de un deseo?. Sin duda, puedo estipular una definición de la palabra impulsado por un determinado deseo (por ejemplo, el deseo de llamar ilógico al paso del *deber ser* al *ser*). Pero ¿no hay algún criterio objetivo que se imponga «por encima de nuestra voluntad» (o deseo)?. Aquello que explica precisamente por qué algo es lo «más normal». Un criterio en este caso, gnoseológico, en virtud del cual se nos muestre una intrincación objetiva entre la deducción y otros tipos de construcción no deductiva. Por lo demás, y refiriéndose a la falacia naturalista, incluso aún desde la acepción deductivista de *lógica,* podría acaso defenderse la posibilidad *lógica* del paso del *ser* al *deber ser* si se advierte que esta oposición tiene mucho de artificial y abstracto, si se tiene en cuenta que, en cada caso, el *ser* de que se habla (por ejemplo, el estado de cosas objeto de un diagnóstico político o económico) no es asimilable a un *ser* meramente factual (nosotros diríamos: α-operatorio), sino que se encuentra inserto ya en otras figuras normativas (diríamos: β-operatorio), por lo que el aparente paso del *ser* al *deber ser* incluiría también el paso de la *norma* general, a través de un juicio fáctico de situación, a otra *norma,* determinación de aquélla. *Ser* y *deber ser* son acaso términos conjugados; el *ser* de que se habla aparece en el contexto diamérico de los *deberes*).

Las definiciones denotativas (como pueda serlo la definición que estamos considerando: «La lógica es el estudio del razonamiento deductivo») son, pues, poco filosóficas. Porque aquello que buscamos cuando queremos entender la naturaleza de la lógica formal es la estructura de su campo gnoseológico y no la denotación de sus contextos determinantes, o de sus figuras que, sin duda, deben ser presupuestas. No aclaramos la naturaleza de la Lógica remitiéndonos al silogismo, sino que preguntamos por qué el silogismo —y no la circunferencia— es una estructura lógica, o bien, en qué momento la circunferencia o el triángulo, que son figuras geométrica, contienen un momento lógico. Buscamos en qué lugar el estudio del silo-

(14) Durkheim-Mauss, *De quelques formes primitives de classification,* L'Anne Sociologique 1901-02. Marcel Granet, *La penseé chinoise,* París, La Renaissance du livre, 1943.

(15) Lenin, *Materialismo y empiriocriticismo,* Cap. IV, 5 (El «empiriomonismo» de A. Bogdanov).

(16) Bochenski, *Historia de la Lógica,* trad. esp. Madrid, Gredos.

(17) K. Popper, *Epistemology without a knowing Subject,* Amsterdan, North Holland Publishing Comp. 1968.

(18) Juan de Santo Tomás, *Ars logica seu de forma et materia ratiocinandi,* Edic. Reiser, secunda pars, quaestio 2.

(19) Por ejemplo, entre los clásicos. E. Schröder: «Diese, die *deduktive* odeer auch *formale* Logik beschäfligt sich mit den Gesetzen des *folgerichtigen* Denkens» [«folgerichtig» mehr wie «konsequent» besagt]. *Vorlesungen über die Algebre der Logik,* Erst Band, pág. 4.

(20) Kneale: *The Development of Logik,* Oxford, 1968, pág. 742.

(21) Javier Muguerza: *«Es* y *Debe»,*en *Teoría y Sociedad,* homenaje al Prof. Aranguren, Barcelona, Ariel, 1970, pág. 158.

gismo (o de las inferencias, o de las involuciones) comienza a ser lógico, supuesto que hay silogismos geométricos, químicos, políticos, etc. Definir a la Lógica como «teoría de la inferencia» resulta muy convincente cuando sobreentendemos: «teoría de la inferencia desde el punto de vista lógico», es decir, cuando pedimos el principio. Acaso se da por supuesto, como algo obvio, que el punto de vista lógico consiste en ser un punto de vista *formal* —la Lógica es la teoría formal de la inferencia, la teoría *pura*. Pero ninguno de estos esfuerzos o pretensiones (*puro, formal...*) consigue, nos parece, aclarar algo, salvo a quien admita esas formas puras y generales del llamado «platonismo». En cambio, desde el criterio que aquí propondremos (la naturaleza «autoformante» de las construcciones lógicas) cabría dar razón del «privilegio» que pueda convenir a la inferencia, o al silogismo, como figura *notoria* en el campo de la Lógica: en las inferencias, o en los silogismos, los procesos autoformantes se nos muestran, no aislados («subsistentes»), lo que sería una hipóstasis, sino vinculados, en disposiciones muy complejas, pero cerradas, a otros procesos autoformantes, y estas disposiciones son algo que una disciplina científica puede tomar como tema propio.

Por último, cuando se define la Lógica como una ciencia orientada al análisis de las formas puras de los lenguajes naturales, o como la «ciencia de las ciencias», se está simplemente incurriendo en la confusión de la capacidad de la Lógica formal para aplicarse al análisis de algunos aspectos de los lenguajes naturales o de las ciencias, con su naturaleza gnoseológica.

4. Ahora bien, cada uno de los grandes grupos de esquemas disponibles para dar cuenta de la naturaleza de la Lógica que hemos considerado, determina una perspectiva peculiar desde la que es posible organizar las relaciones con las matemáticas, así como recíprocamente, como hemos dicho, las relaciones presupuestas con las Matemáticas determinan de algún modo el tipo de esquemas elegibles sobre la naturaleza de la Lógica o, cuando menos, colorean de un modo peculiar algunos de los esquemas elegidos. Supongamos que se interpretan las Matemáticas como el *campo material* mismo de la Lógica (por ejemplo, porque se procede como si se diera por hecho que la Lógica formal es una meta-matemática, una reflexión sobre la naturaleza de los procedimientos matemáticos, al modo cartesiano). Si, al mismo tiempo, se mantiene una perspectiva trascendentalista de la logicidad (de acuerdo con alguno de los esquemas que hemos incluído en nuestra primera rúbrica) entonces habría que suponer dada una tendencia favorable hacia la elección de algunos de los esquemas de la primera rúbrica, de un esquema ontológico general, si se quiere, un esquema metafísico de sabor pitagórico (*ad modum* Jeans, Eddington, o incluso Russell). Si la estructura más universal del mundo es de naturaleza matemática —«un sistema de ecuaciones diferenciales»— entonces la Lógica, como matemática, podría seguir siendo interpretada como una «Lógica del mundo», como una Lógica trascendental. Pero no es necesario que quien propende a entender la Lógica como metamatemática se acoja a la metafísica pitagórica: puede concebir la Lógica como ciencia de un orden ontológico regional, aunque esencial, si es que presupone que las Matemáticas son precisamente las únicas ciencias que nos descubren entidades de tipo terciogenérico. Incluso en el supuesto cartesiano según el cual razonar es razonar matemáticamente, la Lógica como metamatemática podría seguir entendiéndose como la verdadera doctrina (psicológica) del razonamiento.

Una complejísima red de articulaciones alternativas hace que repercuta, por tanto, cada tesis sobre las Matemáticas, a través de sus relaciones con la Lógica, en las tesis sobre la Lógica y recíprocamente. Acaso se coordina la Lógica a la *res cogitans* (ciencia del razonamiento) y las Matemáticas a la *res extensa* (la Matemática como Física, o viceversa) y entonces la relación Lógica-Matemática arrastra, explícita o implícitamente, un cierto esquema ontológico acerca de la relación entre la conciencia y el mundo, entre el hombre y la naturaleza. Otro tanto ocurriría si, por ejemplo, coordinásemos a la Lógica con la *identidad* y a la Matemátia con la *multiplicidad* y, al mismo tiempo, definiéramos, al modo neoplatónico (como se hace desde Domingo Gundisalvo hasta Emilio Meyerson) al Espíritu por la unidad y a la Materia por la pluralidad. Otras veces las relaciones entre Lógica y Matemática se muestran envolviendo concepciones ontológicas escondidas, concepciones que a su vez conformarían los esquemas de aquella relación o incluso otros que aparentemente se nos presentan como mucho más neutros. Citaríamos la coordinación entre la Lógica y la *cualidad* por un lado y la Matemática y la *cantidad* por otro; o, permutando estas correspondencias, con el espíritu bergsoniano y en parte kantiano que alienta en el intuicionismo de Brouwer o de Mannoury, cuando vinculásemos la Lógica con la simultaneidad (con

el Espacio) y la Matemática con la sucesión (con el Tiempo).

5. Nosotros queremos plantear la cuestión de las relaciones entre Lógica y Matemática en el terreno estrictamente *gnoseológico,* es decir, el terreno en donde la Lógica y las Matemáticas se nos configuran, ante todo, como «ciencias formales». La Lógica formal, como las Matemáticas, se nos aparecerán entonces, desde la teoría del cierre categorial, como construcciones con *términos* físicos (que, en las ciencias formales son, ante todo, los propios símbolos algebráicos y numéricos) constitutivos de sus campos respectivos. Habrán de existir *operaciones* (siempre «quirúrgicas») características (composiciones de términos capaces de «arrojar» o determinar otros términos del campo, otros signos) dadas dentro de configuraciones o *contextos determinantes.* Y entre los términos mediarán ciertas *relaciones* materiales (semejanzas de figuras, congruencias, distancias) que, cuando puedan ser construídas de suerte que haya lugar a la dialéctica de la eliminación de las operaciones por medio de las cuales se establecieron aquellas relaciones (lo que tendría lugar en los casos de las identidades sintéticas en las que fuera posible resolver las verdades lógicas y matemáticas) permitirían hablar de cierres categoriales en cada una de estas ciencias o de sus unidades mínimas (que llamamos *teoremas*). Desde la perspectiva gnoseológica, por tanto, tenemos que aplicarnos antes al análisis de las diferencias entre los procedimientos *sintáctico*-semánticos de la Lógica y de las Matemáticas que a las consideraciones metafísico-semánticas sobre las diferencias entre la *res cogitans* y la *res extensa.* En modo alguno pretendemos insinuar que la perspectiva gnoseológica no haya sido jamás sospechada. Ante las construcciones de Boole, pese a su aspecto matemático, se observó de inmediato que sus operaciones (suma y producto) se diferenciaban de las operaciones homónimas matemáticas por la idempotencia ($a + a = a$; $a \times a = a$): por consiguiente, resultaba obvio trazar la diferencia entre Lógica y Matemáticas alegando estas características sintactico-semánticas («formales») de las operaciones respectivas (el álgebra lógica compondría sus términos por operaciones de suma y producto idempotentes, a diferencia del álgebra matemática en la cual la suma y el producto no son idempotentes). Este criterio de demarcación, aunque sea *insuficiente, impreciso* y, tomado en general, *erróneo,* es, sin embargo, diríamos, un criterio estrictamente gnoseológico —un criterio que se mantiene en la «escala gnoseológica». Pero el criterio es *insuficiente,* puesto que la Lógica formal también utiliza operaciones no idempotentes (por ejemplo, $p / p = \bar{p}$). Es también *impreciso* y oscuro, puesto que deriva de la propia situación planteada por Boole en tanto denomina producto y suma (designándolas por los mismos símbolos: «x» y «+»), a operaciones que, precisamente por ser idempotentes, no tendrían por qué llamarse ni producto ni suma. (La interpretación de la suma lógica, en los «círculos de Venn», mediante el rayado total, es engañosa puesto que también puede haber reunión de clases en el caso en el que algún círculo se mantenga sin rayar). Según esto, decir que la Lógica se caracteriza por utilizar un producto y una suma idempotentes es un modo de rectificar aquello mismo que dió lugar al concepto de «idempotencia del producto» o «idempotencia de la suma», a saber, la decisión de designar por «+» y «x» a lo que no era ni suma ni producto. Es, por último, el criterio de Boole, tomado en absoluto, *erróneo,* porque también hay casos de idempotencia en Matemáticas, y no sólo en la *Aritmética* ($1 \times 1 = 1$; $0 + 0 = 0$) sino también en el Cálculo (la operación *derivación,* D, aplicada a la función exponencial, puede llamarse idempotente: $D\,e^x = e^x$). En cualquier caso, la idempotencia no es ni siquiera una característica que haya de considerarse primaria de las operaciones lógicas *producto* o *suma*; puede obtenerse a partir de las características modulares, distributividad, etc. (22). Pero, con todo, el criterio de Boole (idempotencia / no idempotencia), aunque no sea verdadero, no es enteramente extrínseco, se mantiene en lo que consideramos «escala gnoseológica»; nos da, por así decir, la tesitura de esta escala y, por ello, en cierto modo podría decirse que todo cuanto vamos a exponer sobre los «criterios de demarcación» entre Lógica formal y Matemáticas, lejos de ser algo nuevo e inaudito, podría considerarse simplemente como una explanación y reconstrucción del criterio «formal» de Boole, como el ensayo de perseguir hasta el fondo sus consecuencias gnoseológicas.

Pero también queremos agregar otra cosa: la naturaleza «formal» de la línea gnoseológica de demarcación entre Lógica y Matemáticas que buscamos (así como la naturaleza «formal» de las propias características gnoseológicas de la Lógica —y de las matemáticas— que se desprenderán de aquella demarcación o bien contribuirán a trazarla) no significa para nosotros independencia por respecto de la Ontología, por respecto de los esquemas ontológicos de los cuales hemos hablado en puntos anteriores. La «neutralidad» eventual respecto de algunos (o de cada uno de todos ellos) no significa independencia de todo esquema ontológico, del mismo modo que la verdad de la fórmula $p \wedge (q \vee r \vee s \vee t)$, aunque pueda mantenerse neutral por respecto de cada una de las proposiciones interiores al paréntesis, en particular, no admite la posibilidad de eliminar todas estas proposiciones como falsas. Dicho de otro modo: el análisis gnoseológico no es independiente de la Ontología y, por ello, no tenemos que entender como extraños y disparatados (en el momento de caracterizar a la Lógica y a las Matemáticas) a todos los esquemas ontológicos (incluso metafísicos) que hemos citado (así como a otros muchos que podrían citarse), ni tenemos por qué interpretar esa exposición como un penoso trámite previo, conveniente, a lo sumo, para despejar nuestro campo gnoseológico señalando los tipos de criterios metafísicos impertinentes que han de ser segregados. Por el contrario, la mencionada exposición de los criterios ontológicos encierra más bien el sentido de una enumeración de alternativas entre las cuales fuera preciso elegir, un recuento de perspectivas implícitas en las cuales estamos comprometidos, una crítica a la ingenua creencia de quien pretende mantenerse en una «limpia» posición neutral: la Gnoseología es, decididamente, una disciplina filosófica.

En este artículo explicitaremos las posiciones ontológicas que envuelven a los criterios «formales» que vamos

(22) Es muy conocida la derivación a partir de los postulados de Huntington (sobre cuya significación *gnoseológica* podremos decir algo más adelante). Vid. Douglas Kaye, *Sistemas booleanos,* 4. 5 (trad. esp. Alhambra, 1979. pág. 111):

(1) $x.x = x.x + \varnothing$ [Módulo].
(2) $x.x + \varnothing = x.x + x.x'$ [Complementación: $\varnothing = x.x'$]
(3) $x.x + x.x' = x.(x + x')$ [Distributividad regresiva]
(4) $x.(x + x') = x.1$ [Complementación: $1 = x + x'$]
(5) $x.1 = x$ [Módulo]
(6) $x.x = x$ [Transitividad de «=»]

a presentar. Pero sí creemos preciso subrayar cómo las conexiones entre la Gnoseológia y la Lógica formal o la Matemática formalizada (o científica) y las diferentes alternativas (o Ideas) ontológicas, las perseguiríamos a través de las categorías (no formalizadas) en las cuales se inscriben tanto la Lógica formal como la Matemática científica: respectivamente, la Lógica «mundana» (la lógica *utens*, por ejemplo, la «lógica del rústico» de los escolásticos —que habría que extender a la propia conducta zoológica— o la *Weltlogik* husserliana, la «lógica operatoria preverbal», etc.) y la «aritmética» (o, «geometría») precientíficas. Es pura pedantería la tendencia a recluir la *logicidad* (y aún la «razón») en el recinto de la «Lógica formalizada» (aquello que los escolásticos llamaban «lógica artificial» o «lógica *docens*», oponiéndola a la lógica *natural* (—la lógica del «rústico», en términos sociológicos, pero también la lógica *utens*, «espontánea», del matemático o del físico, en términos gnoseológicos), la tendencia a suponer que las «crisis de fundamentos» de las Matemáticas (crisis que se dibujaban en el terreno de la metamatemática, de la Lógica) constituía una efectiva amenaza contra su edificio secular y que las soluciones lógico formales de las antinomias apuntalaron el presunto edificio en ruinas (porque las Matemáticas seguían tranquilamente su curso sin apercibirse a veces de esas supuestas grietas (23). Quien no posee, a partir de su formación propia (dada ya en su lenguaje materno) la organización lógica, no podría siquiera entender los silogismos. Por ello puede incluso resultar ridículo quien, poseyendo el conocimiento de algunas fórmulas lógicas «artificiales», cree poder poseer a la vez la *lógica utens* de campos materiales determinados, pongamos de las matemáticas, aún cuando (para decirlo con palabras de Feijoo), las «baratijas de las summulas sirven muchas veces tanto para acreditar a un mentecato, como para deslucir a un docto» (24) --aplicaríamos, por nuestra cuenta, el diagnóstico de Feijoo a esas baratijas lógico formales de tantos metamatemáticos mentecatos que, desconociendo la práctica asídua de las Matemáticas, creen dominarlas a través de los sumarios ejemplos suministrados por quienes elaboraron las propias fórmulas lógicas. Y no tratamos con esto de alinearnos en las posiciones de quienes declaran inútil o superflua la Lógica formal en nombre de la espontaneidad de la *Lógica utens* de cualquier «cerebro bien organizado». La lógica formal ofrece construcciones autónomas, que arrojan situaciones en las cuales la fertilidad y heterogeneidad de los procesos que llamaremos de «identidad autoformante» se nos hacen presentes, en contra de toda presunción de la identidad autoformante como «reino de la homogeneidad»: las identidades autoformantes de la Lógica de proposiciones son muy distintas de las de la Lógica de predicados; el problema de la decisión se plantea de modo distinto en unas y en otras. Por eso, la Lógica formal puede, a la vez, ser un instrumento de análisis, un marco de referencia desde el que podrá medirse el alcance de las «desviaciones» de las trayectorias de las diferentes construcciones categoriales, mutuamente consideradas.

Si nosotros, con todo, pretendemos trazar unos criterios «formales» de demarcación entre Lógica formal y Matemáticas, no en virtud de un supuesto de desconexión con la Ontología, sino en nombre de una Ontología que nos permite (creemos) asumir a las propias fórmulas como «entes», en virtud de la ontología implícita en lo que llamamos *materialismo formalista* (25). La Lógica formal, o las álgebras matemáticas científicas, antes que ser una reflexión (un reflejo) de la Lógica mundana o de la Matemática tecnológica, serán entendidas aquí como una parte del Mundo, como un artefacto (construído en el plano bidimensional del papel o de la pizarra) que lleva en sí una *lógica interna* particular y cuyo privilegio, como *metro* o *cánon*, reside en la propia artificiosidad de sus términos (figuras) en tanto han sido construídos y reconstruídos íntegramente por los hombres de una cultura determinada. No por ello las *relaciones* entre esos términos «artificiales» o «convencionales» son arbitrarias, como tantas veces se ha pensado. Tesis tenaz de tantos teóricos que no han llegado a comprender que la Lógica formal no es un «reflejo» de la Lógica universal (como si sólo en el supuesto de que la Lógica formal expusiese la trama de cualquier mundo posible, ella pudiese ser necesaria). Por nuestra parte, sugerimos que entre esos términos convencionales, pueden anudarse relaciones necesarias, relaciones que desbordan a las propias operaciones por medio de las cuales se configuraron y se compusieron, relaciones que permiten «eliminar» (neutralizar) los propios sujetos operatorios (exigidos, sin embargo, dialécticamente) como ocurre cuando en las llamadas «tablas semánticas» de la *Dialógica* (26), se atribuye a un interlocutor (a un sujeto gnoseológico) la posibilidad de «ganar siempre» en cualquiera de las opciones (operatorias) de sus interlocutores. Es pura metafísica reservar la necesidad solamente a aquellas relaciones establecidas entre los términos dados en la Naturaleza (los de la Física o de la Química) como si los términos de esa Naturaleza fueran (a diferencia de las creaciones humanas) eternos. La escala en la que aparece la ra-

(23) En algún sentido podría afirmarse que las antinomias no son tanto «contradicciones formales» que fuera preciso despejar para hacer posible el ejercicio mismo de la construcción matemática, cuanto contradicciones efectivas que es necesario ejercitar para que sea posible la representación no contradictoria de la construcción misma, de la construcción representada. Las antinomias lógicas giran principalmente en torno a la naturaleza misma de las clases definidas por predicados: se suscitan las antinomias precisamente cuando estos predicados son entendidos como predicados «distributivos» (al menos esta sería una propensión del «logicismo») sin tener en cuenta la naturaleza atributiva propia ordinariamente de un conjunto definido por recurrencia, inductivamente (o, si se prefiere, por medio de definiciones «impredicativas», en tanto estas pueden coordinarse con las totalizaciones atributivas); por tanto, algo que debe ser construído de acuerdo con el llamado «intuicionismo». Según esto, la oposición entre el «logicismo» y el «intuicionismo», si se entiende como oposición disyuntiva, no podría ser considerada «desde fuera». Habrá que entender la oposición como oposición entre una interpretación intuicionista del logicismo y una interpretación logicista del intuicionismo. Nosotros (situados en posiciones constructivistas) diríamos que las fórmulas adquieren su aspecto de tales *representativamente*, pero que su *ejercicio* mismo es constructivo. Sirva de ejemplo la definición logicista del «12» (Vid. G. Bueno, *El papel de la Filosofía*, Madrid, Ciencia Nueva, 1970, pág. 83).

(24) *Teatro Crítico*, tomo VIII, discurso XI.

(25) La significación gnoseológica del «materialismo formalista» no hay que ponerla tanto en la consideración de los signos (lógicos o matemáticos) como constitutivos del campo de la Lógica o de la Matemática (tesis defendida, en gran medida, por el *Wiener Kreis*) cuanto en la consideración de las figuras de esos signos como entes físicos *fabricados*, del mismo rango que los otros entes del mundo físico categorial. Esto es precisamente aquello que no se subrayó en el *Wiener Kreis* --y de ahí su tratamiento de la Lógica y las Matemáticas como ciencias *formales*, carentes de sentido, tautológicas o analíticas, conjuntos de reglas de transformación convencionales, como si el *modo formal de hablar*, el hablar sobre palabra, fuera siempre distinto del *modo material*, del hablar sobre las «cosas» (vid. G. Bueno, *Ensayos materialistas*, Madrid, Taurus, 1972, pág. 324).

(26) Vid. Hans Lenk, *Kritik der logischen Konstanten*, Berlín, Walter de Gruyter, 1968, págs. 563 sgtes, y 599.

cionalidad y la logicidad es, suponemos (27), la escala de nuestro cuerpo, de nuestras manipulaciones (de nuestras «operaciones quirúrgicas»). Y aquí pondríamos el privilegio de las «ciencias formales» (frente a las ciencias reales), su llamado *apriorismo,* que no haríamos consistir tanto en su *vaciedad* (en la evacuación de todo contenido, en el «no referirse a la realidad») cuanto en su materialidad artificiosa (combinatoria de elementos discretos) en su condición de *metros* solidarios a nuestro cuerpo manipulador, que no podemos menos de «llevar siempre con nosotros» cuando nos enfrentamos con el mundo. Traduciendo la fórmula kantiana: es nuestro cuerpo operatorio (no nuestra «mente», o nuestro «Ego») aquello que acompaña siempre a todas nuestras «representaciones» racionales. La Lógica formal no será así tanto el «reflejo mental» de la *Lógica universal,* ni la «trama *a priori»* del Mundo, cuanto la construcción de un campo cerrado en un espacio de dos dimensiones (las «leyes» en dirección izquierda / derecha; las «reglas» en la dirección arriba / abajo) y mantenido dentro de unos márgenes de temperatura precisos. Un universo de símbolos, solidarios a nuestro cuerpo y no siempre coordinables isomórficamente con otras regiones de nuestro mundo, pero entre los cuales broten relaciones necesarias. (Podría decirse en este sentido que la Lógica formal es la Lógica de un mundo a 20° C; en las cercanías del Sol, es evidente que la Lógica formal desaparece). Los símbolos «p», «q», «r», de la Lógica de proposiciones, por ejemplo, no serán entonces interpretados como «emblemas» (a veces incluso llamados «variables») de proposiciones gramaticales (generalmente chistosas, al menos en los tratados anglosajones de Lógica: «p significa 'la luna es un queso de bola'») sino variables booleanas (ordinariamente) que pueden ser sustituídas por los símbolos «1» y «0» (28). Tampoco estos símbolos pueden tomarse como «emblemas» de una verdad o falsedad que se encuentre «más allá» del papel (como las *referencias* de Frege): los símbolos «1» y «0» son, diremos, *tautogóricos* y no *alegóricos.*

Aunque sin pretender desarrollar aquí esta cuestión inmensa, introducimos la distinción entre los signos *no-tautogóricos* y los *tautogóricos,* por un lado y la distinción entre los signos *no-autónimos* y los *autónimos,* por otro. Los nombres de estos conceptos proceden de distinciones empíricas o externas, que se yuxtaponen las unas a las otras (29). Queremos con esto decir que proceden de taxonomias basadas en la observación de ciertos rasgos poseídos por algunos signos, y no por otros; rasgos que pareció interesante destacar, pero sin que por ello se nos mostrase la conexión de estos rasgos entre sí y con la razón misma de signo (y no por que estas conexiones no existieran). Algo así como si clasificásemos los signos en *amarillos* y *no-amarillos:* a esta clasificación podría otorgársele un estatuto empírico (sin perjuicio de que su importancia pueda ser muy grande en Etología). Cuando clasificamos los símbolos en *gráficos* y *orales,* o incluso cuando los clasificamos en *icónicos* e *índices* (como los clasificaba Peirce, atendiendo a la circunstancia de que los signos podían tener relación de semejanza o de contigüidad con los objetos significados), la clasificación, por su modo, sigue siendo empírica, propia más del «método de investigación» que del «método de exposición». Porque la semejanza o la contigüidad, pongamos por caso, —mientras no se muestren articuladas a la Idea general del *signo*-no son rasgos internos (pertinentes) a la razón de signo (y, en todo caso, no son disyuntos). Incluso podría afirmarse, desde un cierto punto de vista, que estos rasgos no sólo son externos sino también incompatibles con la verdadera razón de signo: Platón, en el Cratilo, ya advirtió cómo la semejanza (digamos: *estética*) no es pertinente para elaborar un concepto de signo lingüístico (30). De hecho, «semejanza» es un concepto muy ambígüo, puesto que todo es semejante en algún respecto a todo. Decir, por tanto, que el *ícono* hace referencia al objeto en virtud de la semejanza de sus propiedades intrínsecas a ese objeto, es olvidar que la semejanza es justamente una relación que resulta de la conexión signitiva, antes que una relación previa a ella; por tanto, que la semejanza es más bien un resultado del significar (según determinado contenido de semejanza, creado por el mismo signo) y no un rasgo objetivo de los significantes (31). Y en cuanto a la contigüidad (sobre la que se erige el concepto de signo *índice*) tenemos que decir que, hasta cierto punto, y por sí misma, es una característica que parece excluirse del concepto mismo de signo, en la medida en que éste envuelve una relación *apotética* (de distancia, o lejanía). En el caso límite, el significante, de tal modo contigüo al significado que se fundiese con él, no sería signo, por su condición de *signum sui* absoluto: la huella es signo del pié, en la medida en que éste se halla alejado y el dedo índice es signo en la medida en que señala a lo lejos el objeto, no en la medida en que lo aprehende (32).

La importancia de estas clasificaciones para el análisis de los signos lógicos es obvia. Peirce ponía, como ejemplos paradigmáticos de sus *signos icónicos,* precisamente a los signos lógicos (los iconos o bien son *imágenes* o bien son *diagramas,* o bien son *metáforas*; los diagramas de Euler utilizados en Lógica serían signos icónicos). Pero

(27) G. Bueno, *El papel de la Fil.*, op. cit. pág. 94 sgtes.

(28) Los embrollados problemas que se suscitan en torno a la «implicación formal» («Puesto que p→q es 1 para p = 0, q = 1, hay que decir que la proposición '. Si 2 + 2 = 5, entonces la Luna es un satélite natural de la Tierra' es verdadera») derivarían, en gran medida, de esta confusión entre las letras p, q... como variables booleanas sobre {1, 0} y p, q... como emblemas de frases.

(29) Sobre el término «tautogórico», vid. Schelling, *Einleitung in die Philosophie der Mythologie,* Achte Vorlesung, en *Schelling's Werke,* Sechster Band, pág. 197 sgts.; Schelling remite «tautogorisch» a Coleridge. Sobre el término «autónimo», ver Carnap, *Logische Syntax der Sprache.* Springer, 1934, pág. 542.
Kleene (*Logique mathematique,* pág. 14) reconoce el uso autónimo (= en el cual un término se designa a sí mismo) de muchos símbolos, subrayando cómo tal uso introduce confusión entre *lenguaje* y *metalenguaje.*

(30) Platón dice claramente que el nombre es una *imitación* de la cosa y que la imitación no tiene un sentido onomatopéyico (el que alcanza en los *músicos,* o en los que imitan a corderos o gallos sin *nombrarlos*): la imitación de que se habla es «imitación nominativa» (ονομαξειν). Y esta imitación (diríamos en terminos actuales) tiene lugar al nivel de la «segunda artículación»: «La imitacón de la esencia se hace con sílabas y con letras» (*Cratilo,* 424-b).

(31) *Cratilo,* loc. cit.: El autor de las palabras (ó ονομαστικός) capta, por ejemplo, la esencia o naturaleza del movimiento con el sonido τ, que es, él mismo, una agitación de la lengua, una vibración, un movimiento y, por ello, las palabras que expresan movimiento contienen el sonido τ, Diremos: las palabras con τ que expresan movimiento son *autogóricas* a nivel de la «segunda articulación» y de un modo no «arbitrario» (convencional, etc.) sino «natural-cultural», puesto que el propio *concepto esencial* de movimiento estaría él mismo tallado operatoriamente en ese sonido τ.

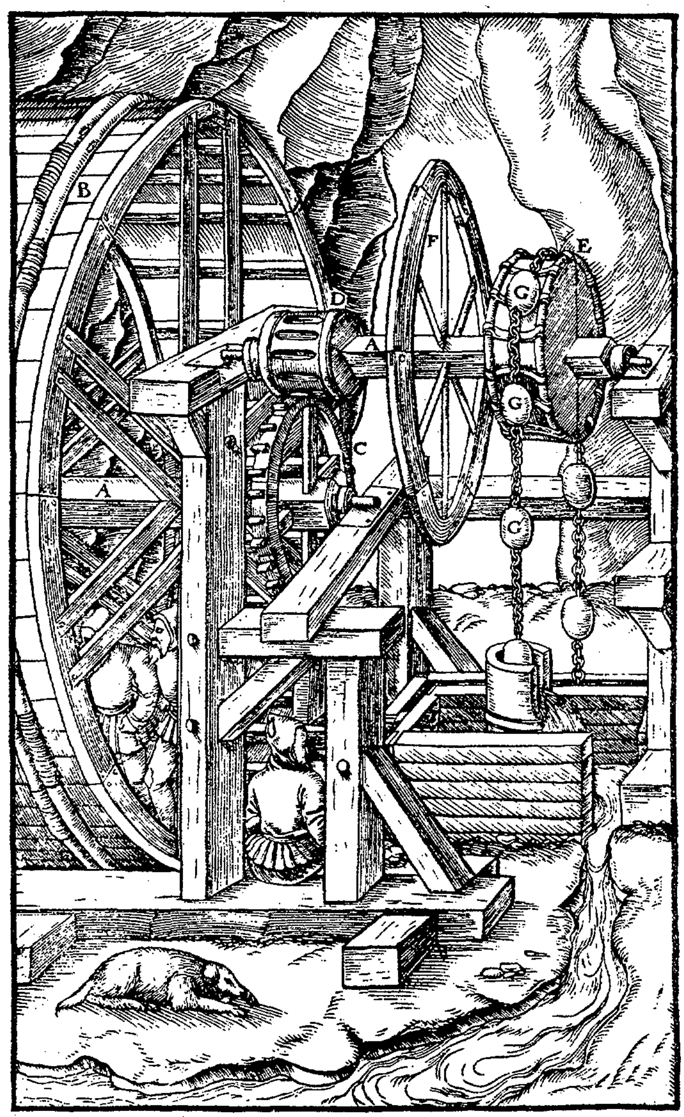
(32) K. Buhler, *Teoría de la expresión,* VIII, 3. Trad. esp. de Hilario Rodríguez Sanz, Madrid, Rev. Occ. 1950, pág. 159.

con esto se nos lleva sólo ante una situación muy oscuramente entrevista, porque de lo que se trata es de determinar los límites y función de la semejanza icónica. Esta semejanza, en Peirce, sigue siendo tan externa o empírica a la razón de signo como la propia contigüidad, o incluso como la ausencia de semejanza y contigüidad en lo que él llama *símbolos* (arbitrarios), cuyo concepto resulta ser así puramente negativo. La posibilidad misma de este concepto de *signo arbitrario* manifiesta que se está pensando en clasificar a los signos externamente, sin atender a la conexión entre significantes y signos, conexión que, suponemos, nunca puede ser externa (*acausal*), cuando nos referimos a los signos en general. Los llamados signos convencionales o arbitrarios sólo son posibles en un contexto de signos no arbitrarios y su misma constitución como signos excluye su propio uso arbitrario (como ya Platón sabía frente a Hermógenes). Y por lo que se refiere a Peirce, añadiremos que lo que él sobreentiende como conexión interna —la semejanza, la contigüidad— no aparece siquiera presentada como tal, sino que se nos ofrece como empírica, externa. Nosotros queremos atenernos a la consideración de los signos y, más concretamente, de aquellos signos (que llamaremos *símbolos* (33)) cuyos objetos no están perfectamente determinados, puesto que precisamente se determinan en el acto mismo del significar, en tanto que en ellos se tenga presente la relación real (a través del sujeto operatorio) entre el significante y el significado (relación que suponemos envuelve, a su vez, la conexión de cada significante con otros significantes y del significado con otros significados, puesto que es un puro prejuicio el entender la relación entre significante y el significado como si fuese una relación binaria).

La consideración de los procesos causales en la estructura de la relación entre el significante y el significado es obligada para toda metodología materialista (metodologías pavlovianas, y, también, en general, behavioristas), *antimentalista*. Pero «mentalismo», en nuestro contexto, equivale al tratamiento de los componentes *semánticos* de los signos como si fuesen algo independiente de los componentes *pragmáticos*, como si pudiera separarse lo que Austin llama *contenidos* «locucionarios» de la *fuerza* «ilocucionaria»-ordenar, rogar, enunciar y, en particular, de los efectos «perlocucionarios» (34). Desde nuestro punto de vista, todo contenido semántico sólo puede entenderse como algo que está brotando en el seno de los procesos pragmáticos (causales), aunque no se reduce a ellos y, menos aún, a la función de *comunicación* (dialógica). Todo proceso simbólico y, eminentemente, los procesos comunicativos, han de ser conceptualizados por medio de esquemas β-operatorios («considerar un ruido o marca como habiendo sido producido por un sujeto con ciertas intenciones»), dice J.R. Sear (por cierto, con expresiones mentalistas residuales). Pero no se trata sólo de advertir que en los procesos simbólicos debe de haber siempre un momento causal realizativo (v. gr. un efecto *perlocucionario*). Se trata de analizar la pertinencia significativa de tales efectos. Atenerse a cualquier efecto del acto del habla, es tanto como oscurecer su análisis. Si «¡fuera!» no produce en el oyente promedio el acto de salir —o la resistencia a ese imperativo— esta expresión no sería el signo consabido, puesto que no cabe atenerse a la «intención perlocutiva» de quien la emite, si no queremos replegarnos al más ingenuo mentalismo.

Suponemos, en resolución, que las relaciones entre significante y significado no pueden considerarse como algo dado «mágicamente» (sean o no relaciones de semejanza, o de contigüidad) sino como algo que está haciéndose continuamente, haciéndose operatoriamente (β-operatoriamente) en el proceso *circular* de los animales que utilizan signos, aunque desbordando constantemente este círculo (porque no todo signo se agota en su función comunicativa). Se trata de una relación indisociable de los procesos causales, vinculados a los mecanismos de condicionamiento de reflejos. Los signos lógicos son *símbolos*-es decir, signos, signos cuyo significado se determina en el propio proceso del significar, que haríamos consistir, en su caso, en su propia composición legal operatoria, (recuperando, de este modo, el concepto hilbertiano de las *definiciones implícitas* de los símbolos lógicos).

Desde esta perspectiva, redefiniremos los *símbolos autónimos* como símbolos en los cuales el significado es «causa» del significante *qua tale* (aunque no recíproca-



(33) Vid. G. Bueno, *Imagen, Símbolo y realidad,* en este mismo número de *El Basilisco.*

(34) J.L. Austin, *How to Do Things with Words,* Oxford, 1962. J.R. Searle, *Speech Acts,* Cambridge University Press, 1970.

mente, de modo necesario) y no de cualquier manera (en la apelación perlocutiva «¡fuera!», el salir puede ser causa de que «¡fuera!» signifique /salir/) sino de suerte que resulte un significante semejante, y precisamente según un contenido material de semejanza recortado en el proceso mismo, al significado. El significante resultará ser así parte lógica del significado, como en los símbolos autónimos autoreferentes. Cabría pensar, sin duda, que este concepto de *signo autonímico* cae bajo el interdicto russeliano relativo a la formación de expresiones de la forma φ (φ), expresiones que se relacionan con las llamadas definiciones *impredicativas* (las que definen x_k por pertenecer a una clase definida por un predicado que, a su vez, depende de x_k). El interdito de Russell, como es sabido, conduce a la teoría de los tipos lógicos. Una función proposicional, pues, φ (x) no puede ser valor de sí misma o no serlo; tanto φ (φ) como ¯φ (φ) son expresiones sin sentido (35). Si considerásemos a un signo como asimilable a una función proposicional respecto de sus referencias ς (x), al signo autoreferente (*signun sui*) signo absurdo directamente, pero no cuando se le considera como resultado de un proceso constructivo de relaciones reflexivas construídas a partir de relaciones no reflexivas le correspondería la forma ς (ς). Sin embargo, cabe aflojar este nudo de maneras diversas, incluída la solución consistente en no apreciar aquí autoreferencia (sólo una pseudo autoreferencia): Porque en ς («ς») el signo de ς es « » y la *autonimia* hay que ponerla en la primera , no en la entrecomillada. Cabría aflojar también el nudo, en el supuesto que la asimilación fuese aceptada, volviendo sobre los propios fundamentos de la prohibición de expresiones del tipo φ (φ). En efecto, esta prohibición se introduce, como es sabido, para evitar la contradición (autonímica) que resulta al tomar un φ tal como impredicable (Impred. φ=¯Impred. sustituir φ por el propio término: Impred. φ= ¯Impred. (Impredic.). Se evita esta contradición, desde luego, declarando a φ (φ) expresión sin sentido. Pero esta declaración se justifica *ex consequentis*, es decir, se funda en la decisión *ad hoc* de evitar una contradicción. Pero cabría mantener una decisión opuesta, la de aceptar la contradicción se justifica *ex consequentiis*, es decir, se funda en la decisión *ad hoc* de evitar una contradicción. Pero cabría mantener un decisión opuesta, la de aceptar la contradicción resultante. En todo caso, en el supuesto de que se quisiera evitar la contradicción, podríamos pensar en tomar las cosas «más de cerca» prohibiendo no ya φ (φ) sino ¯φ (¯φ), como fórmula que corresponde a la de los predicados que producen antinomias («impredicable» «catálogos que no se contienen a sí mismos») y en base a que los predicados negativos («impredicable») son conceptos de una forma lógica muy diferente a la de los conceptos positivos.

El signo *autonímico* no es, pues, un signo meramente icónico (digamos: accidentalmente icónico). Su iconocidad ha de figurar como *causada* por el significado *qua tale* (diríamos: su iconicidad es intrínseca). «Palabra» es una palabra en la medida en que sólo podría formarse un signo de los elementos del supuesto conjunto sistemático de las palabras, y un signo que sea él mismo parte de ese conjunto, a partir de los propios elementos del sistema (autocontextualidad): por esto es preciso suponer que el conjunto de referencia es sistemático, cerrado. «Polisílabo», en cambio, es un signo meramente icónico, porque se podría designar a los polisílabos con signos monosilábicos, de la misma manera que los signos monosilábicos del conjunto de referencia se designan por el polisílabo «monosílabo».

Redefiniremos los signos *tautogóricos* como aquellos signos en los cuales el significante es causa (con-causa) del significado, sin que por ello éste deba ser semejante a aquel --dentro del órden material de semejanza pertinente. «¡Vamos!» es un significante que causa el significado (o su opuesto, etc.) en el que estoy implicado. La situación límite es el *signum sui*, porque entonces el significante nos remitiría *ordo essendi* al significado: Tal es la situación de los *signos mágicos* (el sacramento, en la Teología católica, se entendía como *signum rei sacrae nos santificantes*).

Cuando el signo (el conjunto de elementos y procesos que componen un signo) es a la vez *autonímico* y *tautogórico*, será llamado *autogórico*. El fuego es causa natural del humo --significante, «signo instrumental» --pero no por ello el humo es signo *autogórico*. Cuando la *autonímia* confluye con la *tautogonía* podría decirse que se cierra el circuito causal-semántico, de suerte que, en este circuito, ocurre como si el significante «regenerase» el significado, y recíprocamente. La «flecha del tiempo» podría valer como ejemplo de *signo autogórico*, si suponemos que ella significa el Tiempo en virtud del mismo movimiento (=tiempo) significado que la conforma como significante; si suponemos que, si la flecha puede significar el tiempo (y no una mera figura espacial de partes «simultáneas»), es sólo en virtud del movimiento de la mano de quien la traza o acaso del movimiento del ojo de quien, recorriéndola precisamente en un sentido, la percibe.

Ahora bien: Nosotros presuponemos aquí que los *símbolos* de la «lógica formal», no ya cuando se toman como símbolos aislados, sino cuando se consideran como episodios de *cursos* operatorios (en los cuales cobran su genuino sentido), son simbolos *autogóricos*.

Si el silogismo formal de sustitución ($A = B \wedge B = C \rightarrow A = C$) es un *teorema* lógico sin necesidad de que los términos algebráicos (A, B, C) figuren como emblemas de entidades exteriores, es porque en el plano de los símbolos (de su *suppositio materialis*) —símbolos autogóricos— se ejercita un caso particular de operaciones lógicas de identidad, de *sustitución* silogístico-algebráica, siempre que el símbolo «=» se interprete como un *relator* subordinado a un *operador* de sustitución (decir que A = B es decir que puedo sustituir A por B): esta sería la razón principal por la cual un Algebra no se entiende —no sólo no se «aprende»— leyendo, sino escribiendo. (Aquí no cabe distinguir entre «escribir sobre las cosas» y «las cosas mismas», entre «palabras» y «cosas», porque las *palabras* son aquí las *cosas*, y el *escribir* es tanto como un *manipular*, el *hablar* es por sí mimo un *ensamblar*, es decir, como ya vieron los estóicos, un *logos* operatorio). La verdad lógico formal no residirá, cierto, en los símbolos «1» ó «0» (o en sus referencias extraformales), sino en las relaciones entre las variables operadas y esos símbolos. Por ejemplo, en la relación $p \vee \overline{p} = 1$, en cuanto excluye (exige tachar, o borrar) la fórmula $p \vee \overline{p} = 0$. Por ello, como diremos más abajo, el mejor modo de simbolizar la verdad formal de la fórmula $p \vee \overline{p} = 1$ sería utilizar el símbolo «1» metalingüísticamente en una fórmula del tipo $(p \vee \overline{p} = 1) = 1$; podemos escribir en cambio $(p \vee \overline{p} = 0) = 0$,

(35) J.R. Weimberg, *Examen del positivismo lógico*, trad. esp. Aguilar, 1959, pág. 34 sigtes.

pero a su vez $[(p \vee p = 0) = 0] = 1$ (36). La cuestión de las relaciones entre las verdades lógico formales y las verdades «materiales» (por ejemplo, las verdades de las proposiciones gramaticales), insinuadas en el teorema de deducción, nos remite de nuevo a la Ontología (nosotros creemos que es preciso introducir aquí la consideración de un postulado de *sinexión* —no meramente de isomorfismo—) y, en particular, el análisis de las conexiones (de la symploké) entre los diversos géneros de materialidad, en los cuales los diferentes esquemas ontológicos fueran encontrando realizaciones lógicas. La posibilidad de extender a otras categorías del mundo las fórmulas lógicas (de identidad) que brotan sin duda de la propia operatoriedad corpórea de los sujetos humanos (y animales) socialmente implantados --y que incluye, sin duda, la *continuidad* biológica de las corrientes de conciencia dadas en cada sistema nervioso --entre los objetos del mundo físico o matemático--, así como las inconmensurabilidades que aquella extensión envuelve, nos remite a la cuestión filosófica de las conexiones de los hombres con el mundo y de los términos del mundo entre sí.

En cualquier caso, lo que queremos decir es que no nos parece adecuado pensar las relaciones entre Lógica formal y las restantes ciencias categoriales acogiéndonos a la distinción entre *forma* y *materia* (o *realidad,* v. gr., realidad empírica), en el sentido más general que la filosofía tradicional otorga a esta distinción, sentido general que corre a través, no sólo de la filosofía escolástica, sino también a través, no sólo de la filosofía escolástica, sino también a través de la filosofía transcendental (de Kant a Husserl), y a través de la filosofía neopositivista. Nosotros no creemos que pueda decirse, con fundamento gnoseológico, que la Lógica (y aún la Matemática) sea una *ciencia formal,* opuesta, por ello, a las restantes ciencias categoriales, que serían las *ciencias materiales* (o «reales», divididas a su vez -según la célebre clasificación de Wundt- en «ciencias de la Naturaleza» y «ciencias del Espíritu»). Desde una ontología materialista, la oposición entre *forma* y *materia,* aunque no puede ser negada, debe ser reducida a los términos de una oposición entre *materia* y *materia* (37). *Forma* y *Materia* son conceptos conjugados (38). Y es muy importante profundizar en la sospecha de si la problemática tradicional de la Teoría gnoseológica de la Ciencia —en rigor, su problemática constitutiva— no está precisamente configurada sobre el esquema de una oposición «metafísica» —aunque inevitable— entre unas presuntas «formas» del conocimiento y un «material» conocido a través de aquellas formas. (Lo que es «formal» suele a veces coordinarse con la «subjetividad», con el «sujeto cognoscente» —individual o social— pero no necesariamente: podría definirse el llamado «realismo epistemológico» como la doctrina que atribuye al sujeto cognoscente el papel de una «materia» que es *con-formada* por las figuras de la realidad física o, acaso, transfísica, «ideal-objetiva», *platónica,* como suele decirse).

Si esto fuese así, las grandes opciones disponibles para la Teoría gnoseológica de la Ciencia serían las siguientes:

(I) Opciones de tendencia «monista», *reduccionista:*

(A) Ante todo, el reduccionismo de la «forma» a la «materia». Las *formas lógicas* (aquello que es sobreentendido como tal, por ejemplo, ciertas estructuras lingüísticas) serán percibidas como instrumentos subjetivos por medio de los cuales la materia puede ser apresada (como se apresan los peces en la red), a la vez que «deformada» y aún ocultada. La *verdad* científica objetiva tenderá a ser concebida como aquella parte de la realidad que se nos hace presente por sí misma, mediante la disciplina de eliminación de las formas (la escalera que hay que tirar después de haber subido). Tal es la disciplina que inspira a las concepciones descripcionistas, empiristas o fenomenológicas de la ciencia. El *descripcionismo* gnoseológico podría ser de este modo, visto como un reduccionismo. La propia concepción neopositivista de las formas lógicas como *tautologías* (por respecto de la materia empírica) podría entenderse a la luz del esquema descripcionista, del esquema de la *verdad* como la «manifestación misma» (ἀλήθεια) de las cosas. Así, la teoría de la *constatación* de M. Schlick (39). Incluso podríamos ensayar la interpretación de la teoría tautológica de las formas lógicas (dado que —suponemos, y más adelante explicitaremos este supuesto— las verdades lógico formales no son tautologías desde una perspectiva gnoseológica) como una especie de «seguro» contra el temor que el sujeto, que utiliza «formas» como si fuesen «redes», ha de tener ante las propias construcciones de-formadoras del material *positivo.* Las construcciones lógicas, siendo tautológicas podrán dejar intactos a los materiales empíricos (La teoría tautológica de las construcciones lógicas desempeña así, a su modo, el trámite de la «eliminación del sujeto», trámite central en la teoría del cierre categorial). La misma interpretación que W. Stegmüller ofrece del «teorema de Craig» (40) puede leerse también a la luz del descripcionismo. Ahora, las *formas* son las figuras de «Lenguaje teórico» (L_T); la *materia* se esconde bajo la denominación de «Lenguaje observacional» (L_o). Los «conceptos» teóricos serán declarados «superfluos», porque lo decisivo para la ciencia es el conjunto de los objetos científicos: los conceptos teóricos pueden ser sustituídos por otros conceptos teóricos distintos, pero de similar potencia gnoseológica.

(B) Las limitaciones de esto que venimos llamando «gnoseología descripcionista» (el «modelo baconiano» de ciencia) explican, por sí solas, la apelación constante, que otros se ven impulsados a realizar, al «reduccionismo formalista», al constructivismo gnoseológico puro (muchas veces implícito en el llamado «modelo kepleriano» de la ciencia). También el «teoricismo» alumbrado por Popper —precisamente en dialéctica con el empirismo neopositivista— participa intensamente de esta condición de constructivismo formal. A las formaciones científicas se les hará brotar ahora de fuentes autónomas (por relación al material observacional), de fuentes históricas, mitológicas, «inmanentes»: en el límite, los materiales se declararán irrelevantes, moldeables por completo según la dinámica «autónoma» —aunque no por ello gratuita— del desarrollo científico. Muy cerca de este límite «idealista» vemos a Feyerabend, a la teoría de la verdad científica como

(36) Vid., abajo, IV, 5.

(37) G. Bueno, *Ensayos materialistas,* op. cit., pág. 338 sgtes.

(38) *El Basilisco,* nº 1. «Conceptos conjugados».

(39) *Konstatierung* de M. Schlick en *Uber das Fundament der Erkenntnis* en *Erkenntnis,* IV, 1934, recogido en la compilación de Ayer, trad. esp. pág. 65.

(40) Wolfgang Stegmüller, *Teoría y Experiencia,* trad. esp. Ulises Moulines, Barcelona, Ariel, 1979, cap. VI.

proyección de formas que logran imponerse socialmente a otras. (Todavía en Popper alienta el intento de mantener conectadas las «formas autónomas» con el material, si bien la conexión que le es posible reconocer sea puramente negativa, la *falsabilidad*). Pero a lo más que pueden llegar estas concepciones, es a la verdad-coherencia.

(II) Opciones de tendencia «dualista», opciones que sustancializan tanto los *momentos formales* como los *momentos materiales* de las ciencias, tratando de dar cuenta de su conexión por medio de una teoría de la verdad científica que gira, de un modo u otro, en torno a la idea de «correspondencia» (adecuación o isomorfismo, encaje, es decir, correspondencia por semejanza o por contigüidad). La tradición escolástica inspira toda una serie de gnoseologías dualistas; la forma de la ciencia es la forma lógica y la lógica es la estructura misma de la subjetividad racional; pero la subjetividad racional, a su vez, será entendida, en virtud de un postulado metafísico, como *mímesis* de la realidad. No le es necesario al dualismo la interpretación subjetivista (psicologista) de las formas lógicas. También es dualista la concepción tarskiana de la verdad científica, que adscribe la *forma* lógica, ante todo, a la estructura de los lenguajes formalizados, dejando a los datos nombrados por el «vocabulario observacional» desempeñar el papel de *materia.*

(III) La opción que, por nuestra parte (en la teoría del cierre categorial), hemos elegido es, sin duda, una opción dialéctica. Principalmente porque, aunque concede que no es posible prescindir en gnoseología de la distinción entre *forma* y *materia,* ve también como imprescindible su rectificación (rectificación que no podría hacerse de una vez y globalmente, sino de maneras muy diferentes, minuciosamente y haciéndose cargo de las dificultades específicas de cada caso). Las formas lógicas habrá que ir a buscarlas al mismo material. Por ejemplo, a propósito del teorema de Craig-Stegmüller, habrá que mostrar cómo carece de sentido oponer un sistema de objetos dados en L a unos sistemas de conceptos dados en L . Por que el sistema de objetos tiene ya una *forma interna,* y una *forma lógica,* la de los *aparatos,* por ejemplo, sólo a través de los cuales cobran significado los propios símbolos del lenguaje observacional y teórico a la vez, la constante *h* de Planck, pongamos por caso. Del sistema lógico-formal implicado en el concepto de *cuasi-órden* dirá Stegmüller que se verifica o no en una balanza y que es cuestión empírica el establecer si la pesa *a* es igual a la *b* (es decir, a = b) porque si la *a* equilibra a la *b* en una disposición de referencia, seguirá equilibrando cuando se permutan los pesos de los platillos. «Podría existir un mundo en que esto no se diera», dice Stegmüller. Desde nuestro punto de vista, lo que tenemos que decir al respecto es que si puede escribirse $a = b$, para representar el equilibrio de la primera disposición de pesas, es por que cabe la permutación correspondiente a $b = a$; porque el equilibrio de las pesas no es algo meramente empírico, sino que él mismo incluye diversas observaciones empíricas tejidas por alguna forma lógica (la que se da, por ejemplo, en las permutaciones de las pesas). Y si los objetos observados y el sistema de los mismos (todo objeto se da en un sistema) tienen ya una forma lógica, que es precisamente aquello sin lo cual ningún lenguaje teórico podría tener sentido, resultará que esa «posibilidad de sustituir un lenguaje teórico por otro» no podrá ir referida al verdadero lenguaje teórico de una ciencia dada, sino a algo sustantificado y mal entendido como tal (como pueda serlo el sistema de símbolos, de unidades, de escalas o de terminología).

La hipóstasis de la Lógica formal está íntimamente ligada (nos parece) con la tesis que defiende el carácter analítico-tautológico de las verdades lógicas. O, si se prefiere, la tesis según la cual las verdades (o teoremas) lógicos son analíticos, descansa de algún modo en una hipostatización implícita de las *formas* lógicas. Presuponemos establecida una distinción (no es este el lugar para fundamentarla) entre las definiciones *generales* de analiticidad (aquellas que buscan definir el carácter analítico de una oración, proposición o construcción, con abstracción de su posible condición de «trozo» de un sistema científico) y las definiciones *gnoseológicas* (las que van referidas a los procedimientos característicos de las ciencias, y no meramente a los «lenguajes formalizados y axiomatizados» --que aparecen también en construcciones no científicas, como la Teología). La distinción es muy importante y nos parece que Kant la tuvo en cuenta, por cuanto al intentar determinar la estructura de las proposiciones *científicas,* encuentra, como una de sus conclusiones más importantes, que los juicios analíticos no aparecen entre tales proposiciones. Por oscuro que sea el concepto kantiano de «juicio analítico» (pese a su aparente sencillez) es claro que Kant considera «utópica», vacía, la clase de las proposiciones científico-analíticas.

Ocurre también, es cierto, que Kant parece vincular las proposiciones analíticas a la Lógica formal y general (dependen sólo de los principios de no contradicción e identidad). Y este es el aspecto de la doctrina de Kant que ha sobrevivido, sobre todo después de Frege («una verdad es analítica cuando puede ser justificada con la ayuda de las solas leyes lógicas»). «Analítico» será aquel enunciado, no ya sólo cuando su predicado «esté contenido» en el sujeto, sino cuando él mismo pueda ser obtenido de las premisas de un sistema axiomático, con la única ayuda de las reglas formales (de la cuantificación, por ejemplo). Ahora bien: La claridad de este concepto de analiticidad es aparente, y la crítica de esta apariencia tiene que ver con el núcleo de nuestro asunto principal, con la crítica de la hipostatización de la lógica formal, como si ésta fuera un conjunto de reglas vacías, generales, aplicables a cualquier *materia* que pueda ofrecérseles. Pero lo que se pone en duda es que haya sistemas lógicos, o lingüísticos (que transforman «sinónimos en sinónimos») *formales, neutros* respecto de cualquier *materia* --y esta duda debe alcanzar mucho más de lo que alcanzan la mayor parte de las limitaciones a las pretensiones de *pureza* del formalismo (al modo, por ejemplo, de P.F. Strawson, en su *Introducción a la teoría lógica,* II, II, 15). Porque aquello de lo que se duda es de que haya sistemas formales analíticos en sí mismos. La conclusión de un silogismo correcto sería analítica: pero sólo cuando se presuponen ya dadas las premisas, cuya «composición» es una *síntesis.* En general, los procesos llamados «analíticos» sólo lo son en el supuesto de un sistema de premisas o de axiomas ya constituído (precisamente, en parte, en función de sus conclusiones llamadas analíticas).

Gnoseológicamente, por tanto, más que negar el concepto de «analiticidad» lo relativizaríamos, advirtiendo que los conceptos de lo «analítico» y lo «sintético» se comportan mutuamente, hasta cierto punto, a la manera como se comportan dos conceptos *conjugados* (vid. El Basilisco, nº 1). Puede decirse que Leibniz tendió a *reducir* las proposiciones sintéticas al caso de las analíticas, mientras que Hume tendió a llevar a efecto la reducción inversa. Kant, en cambio, habría utilizado un esquema de «yuxtaposición». Pero cabría ensayar esquemas de índole «diamérica»:

(*Analítico* no sería algo que pudiera ser referido al sistema en sí, o a la proposición en sí misma considerada, sino a la *autonomía* del sistema de referencia (cuando esa autonomía se realice mediante un cierre) por respecto de otros sistemas, en sí mismos sintéticos. (Según esto, serán analíticas la Matemática respecto de la Física, aunque en sí mismas sean sintéticas, como sería analítica la Mecánica respecto de la Meteorología). También cabría ensayar la reconstrucción de un proceso sintético en cuanto relación entre ciertos procesos analíticos (vid. nota nº 57 de este artículo).

(2) Cuando se presupone que la Lógica formal es un sistema autónomo (o un conjunto de sistemas autónomos —saturados, etc.—), en el momento de aplicarla a ciertos trozos de terceras ciencias categoriales, podría hablarse de construcciones estrictamente analíticas (es decir, lógico-formales, no físicas, o biológicas, o matemáticas) aún cuando ellas sigan siendo, en sí mismas, sintéticas.

(3) En ningún caso, la autonomía de los sistemas lógicos sería tal que cupiera suponer que sea capaz de cubrir la totalidad de un campo categorial distinto del de la Lógica formal; por tanto, que cupiera suponer que una ciencia pueda llamarse analítica, según sus teoremas, cuando estos estén formalizados y axiomatizados. Semejante axiomatización (el «lenguaje científico formalizado y axiomatizado») sería tan sólo una proyección oblícua de la construcción científica material (sintética) y sería un espejismo el ver a esta como reducida lógicamente a aquel lenguaje.

Desde el punto de vista de esta gnoseología dialéctica, las *formas lógicas* habrán de buscarse en la misma *materia* empírica «manipulada» operatoriamente, así como la materia empírica de las ciencias lógicas y matemáticas habrá que ir a buscarla en la misma «formalidad» tipográfica (*autogórica*).

Estamos tratando de negar, de este modo, la distinción entre *ciencias formales* y *ciencias materiales* (o reales), tal como es habitualmente presentada. Toda ciencia es *real* y *formal* simultáneamente. Las verdades científicas, que la doctrina del cierre categorial hace consistir en las *identidades sintéticas* resultantes de los cursos operatorios, contienen una *forma* lógica, la identidad, pero una forma lógica que brota en la confluencia de contenidos *materiales* determinados. Naturalmente, lo «formal» y lo «material» se presentará, en cada categoría, de maneras diferentes, que habrá que establecer cuidadosamente. La posibilidad de reagrupar estas diferencias en clases de ciencias (coordinables denotativamente, en general, con las llamadas «ciencias formales» y «ciencias reales») no deberá llevarse a cabo a partir de la disociación entre la «forma» y la «materia», sino a partir de la diferenciación de las maneras según las cuales los contenidos materiales categoriales se organizan lógicamente. La hipostatización de las formas podría explicarse como resultado de una confusión, a saber, la confusión entre el «aparato algebráico» y la logicidad formal pura. Este *aparato* (una realidad corpórea a «escala» del sujeto corpóreo operatorio) es, en gran medida, común a la Lógica formal, a la Matemática, a la Física. Pero mientras que «p», en Lógica formal, se compone «autónomamente» con «0» o con «1» —o bien, con «q», «r»...—, es decir, mientras que «p» es, en Lógica formal, un *significante*, cuyos *significados* gnoseológicos son otros símbolos (v. gr. «1» ó «0» y, a su través, él mismo), en cambio «h», en Mecánica, no se compone con otros símbolos («v», «m»...) en cuanto a su materialidad tipográfica, porque ahora los *significados* de «h» o de «v» se encuentran, por decirlo así, «fuera del papel» en el que van inscritos.

El «apriorismo» de las leyes formales —lógicas o matemáticas— no tendría por qué fundarse, por tanto, en oscuros postulados metafísicos de adaptación de cualquier tipo de realidad a esas leyes, sino simplemente en el hecho de que las leyes formales, en cuanto edificadas sobre términos ellos mismos fabricados y adaptados a las operaciones humanas (independientes sólo de «variables» subordinadas a la propia actividad operatoria corpórea), acompañarán siempre (*trascendentalmente*) a las operaciones racionales, en la medida en que ellas se mantengan como normativas dentro de cursos de operaciones pretéritas y futuras. El apriorismo de las ciencias formales brota así antes en el *eje circular* (que incluye los procesos «autológicos») que contiene a los sujetos corpóreos operatorios, que en el eje (*radial*) de las relaciones de estos sujetos con las cosas del Mundo, aún cuando sólo a través de estas cosas puedan establecerse aquellos dialogismos y autologismos. Y en la medida en que sea posible considerar como jurisdicción de la moral, o de la ética, la preservación de *ciertos esquemas de identidad* —no de «la identidad»— en los sujetos humanos, cabría decir —en contra de Carnap— que la Lógica es una moral y que la moral es ya, en cierto modo, una Lógica. Pero también es cierto que si, por hipótesis, todas las figuras de las expresiones «a + a = 2 a» experimentasen una transformación física tal que alguna de sus *menciones* se desdoblase sistemáticamente para dar lugar a expresiones de este tipo «a + a + a = 2 a», la verdad algebráica desaparecería. Este ejemplo fantástico sirve, sin embargo, creemos, para mostrar hasta qué punto las verdades algebráicas formales significadas dependen de la propia *física* de sus significantes.

La lógica booleana de proposiciones, según las ideas precedentes, se dirá sometida a los principios lógicos supremos (identidad, no contradicción, tercio excluso) no porque *refleje* los principios del mundo, sino porque su propio sistema formal simbólico *cierra* categorialmente de acuerdo con estos principios. Tales principios son, por tanto, principios del cierre categorial de la Lógica formal booleana. He aquí de qué modo: puesto que, por ejemplo, la Lógica de los functores binarios (v, →,...) puede considerarse como el sistema de las aplicaciones de $\{\ ,\ 0\}^2$ a $\{1, 0\}$ —cada aplicación es una correspondencia «unívoca a la derecha» que liga a todos (es decir, a cada uno) los elementos del conjunto original con uno sólo de los términos del conjunto terminal— habrá que reconocer: 1º). Que una vez establecida una correspondencia (digamos, una *evaluación* de p o de q) ésta habrá de mantenerse igual a sí misma en todo el contexto, es decir, todas las veces que aparezcan las *menciones* de la misma variable en el contexto (y esta sería la interpretación gnoseológica estricta del principio de identidad lógico, en términos gnoseológicos). 2º) Que la correspondencia, por ser unívoca a la derecha, no puede asociarse a la vez a las dos figuras o valores: si se asocia a 1 no puede asociarse a 0; si a 0 no a 1 (principio de no contradicción: habrá contradicción cuando una fórmula tenga que ser evaluada por caminos distintos, una vez como 1, otra vez como 0; pero si todos los caminos asocian la fórmula a 1, estaremos en el caso de una identidad sintética, de una confluencia —que *neutraliza* las operaciones— en la *misma* evaluación). 3º) Que la correspondencia aplicativa debe afectar a todos los elementos del conjunto inicial, lo que quiere decir que estos elementos deben ir asociados o bien a 1, o bien a 0, de acuerdo con el principio anterior, y así llegaríamos al principio de *tercio excluso*). El privilegio de la Lógica de dos valores, desde esta perspectivas, no sería otro que el de cumplir este principio del tercio excluído; pero también aquí este principio no significará otra cosa sino la ontología propia de un mundo de dos valores. La razón gnoseológica por la cual un universo de dos términos (constitutivos de una de las clases de las que ha de constar el campo gnoseológico) puede considerarse *más lógico* que un universo con tres o n términos (el de las «lógicas no crisipeas») podremos darla más adelante. Es cierto que la Lógica de proposiciones requiere desarrollos que se mantienen, al parecer, independientes de la evaluación --nos referimos al desarrollo de la Lógica en la forma de los llamados «esquemas proposicionales» (por ejemplo los de la teoría de la deducción natural) en los cuales en lugar de letras de enunciado (p, q, r,...) y «leyes» ($p \vee p \rightarrow p$) aparecen metavariables ($X \vee X \rightarrow X$) y «reglas». Sin pretender aquí agotar, ni mucho menos, la cuestión presupondremos que tales metavariables, si bien no son ya variables booleanas (como lo serían en rigor p, q, r,...) tienen mucho que ver con esas variables booleanas; no ya precisamente porque sean algo así como un *nombre* de esas variables booleanas, cuanto porque son el nombre de esas variables booleanas *en tanto* están en contexto (configuración) con otras variables (el esquema $X \vee X \rightarrow X$ no es sólo una metavariable de $p \vee p \rightarrow p$, $r \vee r \rightarrow r$ —en cuya hipótesis la distinción entre esquemas y enunciados se tornaría completamente superflua— sino, por ejemplo, de $p \wedge q \vee p \wedge q$, que consta de «proposiciones moleculares»).

Por último, cabría decir, que el uso o ejercicio de las mismas variables de enunciados (digamos: booleanas, p, q, r) nos remite a la lógica de clases, puesto que cada variable puede entenderse, por de pronto, como «la clase de sus menciones». Podría tratarse (extensionalmente) la situación considerando campos con un solo elemento (con lo que habrá posibilidad de formar dos clases: la clase de ese único elemento y la clase nula); de este modo los valores 1 y 0 de estas fórmulas con clases se coordinan con las proposiciones, según el método de Hilbert --Ackerman (41). Pero también sería posible considerar a los valores 1, 0, como notas intensionales, genéricas, por las que caracterizar las clases de inscripciones. Así, poner la clase de las inscripciones de p, si se define por 1 en el contexto, es decir que todas las inscripciones deben evaluarse a 1, y por ello p comprenderá la clase de todas las otras proposiciones evaluadas con 0 en el contexto. Cierto que, entonces, si $p \wedge q$ no es nulo, será porque todo p y todo q han de darse intersectados ($p \cap q$); por eso, la lógica de clases no se resuelve en lógica de proposiciones.

(41) D. Hilbert. W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Springer, 1949, II, & 2, pág. 43.

II. PROPIEDADES Y ASPECTOS DE LAS OPERACIONES

1. La interpretación *autogórica* de los símbolos de las ciencias formales (algebráicas, pero considerando también como formales a las figuras geométricas) constituye una radicalización del formalismo de Hilbert. Coincide con el formalismo de Hilbert en su momento negativo (la «desconexión semántica» respecto de todo contenido exterior a los símbolos), pero en cambio no comparte la interpretación que el formalismo dió a esta desconexión —la teoría de las fórmulas como «fórmulas vacías» destituídas de todo contenido y significativas únicamente en virtud de su juego interno en el sistema operatorio, axiomático, etc.— puesto que, según su interpretación, el materialismo formalista reconoce a los símbolos un contenido material, a saber, la propia entidad de sus *significantes* y toda la estructura geométrica (ordenaciones, permutaciones a derecha e izquierda, etc.) que en su propia realidad de significantes ha de ir implicada. Los signos lógicos y matemáticos serían, en gran medida, autónimos y tautogóricos, en el sentido de que en su propia *suppositio materialis* (en cuanto combinable con otro u otros) van incluídas las estructuras lógicas y matemáticas que pueden darse ordinariamente al margen de los significantes, pero que son ya sus significados. Así, la serie de signos $(1 + 1 + 1)$ representará el número 3 mediante un trío; las letras variables de clase (A, B, C,) son ellas mismas clases (respecto de sus menciones respectivas) y la representación del *modus ponens* mediante la fórmula ($p \rightarrow q$) sólo significará si ella misma ejercita una suerte de *modus ponens* (a la manera cómo, según hemos dicho antes, la flecha del tiempo representa al tiempo). De este modo, más que negar que el álgebra lógica representa a clases o a proposiciones —como si la representación tuviera lugar mediante símbolos vacíos— diremos que representa a clases o a proposiciones en la medida en que están de algún modo encarnadas en los propios signos en cuanto tales, en tanto envuelven sus mutuas relaciones; por tanto diremos que tampoco cabe interpretar (desde el formalismo), las clases, relaciones o proposiciones como «entidades extralógicas o extraalgebráicas» (por ejemplo, psicológicas, ontológicas), como si la lógica de clases fuese sólo una *interpretación* externa de un álgebra que en sí misma nada tuviese que ver con las clases (Couturat). Diríamos así que la «desconexión semántica» del formalismo no habría que entenderla como una «evacuación» de toda interpretación, sino como la evacuación de toda interpretación no contenida en el *ejercicio* mismo de ciertos significantes. Por decirlo así, el álgebra de clases es ella misma un «universo simbólico» ejercido de clases, capaz de asumir el papel de «cánon».

El carácter *autogórico,* pero no por ello vacío, de las fórmulas del álgebra matemática aparece asimismo con

evidencia en las situaciones en las cuales los símbolos no actuan como variables (en cuyo caso podrían pensarse como emblemas de entidades no tipográficas), pero tampoco como constantes, sino como indeterminadas. La igualdad algebráica: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, al margen de su valor como esquema (modelo o método) de otros procesos combinatorios (pero no en virtud de que estos deban considerarse representados por la fórmula según una relación de «semejanza», puesto que hay que agregar ademas otro tipo de relaciones «por contigüidad»), puede fundarse en la propia entidad de los signos: 2 ab es una aritmetización de las «sartas» ab y ab, resultantes de la distribución de la suma en el producto $(a + b).(a + b)$; a^2 es sólo a.a; el producto a.a puede entenderse como $a + a + a + ...$, «a» veces (siendo el cardinal de estas «veces» determinable precisamente por el número de menciones de «a», que será preciso contar, y que en cada contexto algebráico importa computar). La función de esquema o de modelo que $[a + a + a + ... + a = a^a]$ puede asumir respecto de otros términos del mundo «real» (guijarros, células, monedas) no se debe a que «a» sea un *signo formal* («cuyo ser consiste en estar todo él referido a representar a otro distinto de sí mismo») sino que «a» es ya un ente real, un «signo instrumental» iconográfico por modo analógico (42), un ente enclasado, un elemento de la clase de las figuras del mismo signo *patrón*. Tanto podría decirse, de esta suerte, que los guijarros o las monedas son signos de las letras algebráicas, como recíprocamente. La función significadora (la relación de significación) habrá que remitirla a las operaciones del sujeto gnoseológico, que es quien coordina *apotéticamente* guijarros y letras (43).

Según esto, los significantes de las ciencias formales habrían de figurar en sus campos explícitamente como entidades corpóreas, fisicalistas. Podría añadirse que sólo desde esta perspectiva cabe un entendimiento filosófico de las computadoras. Si una máquina de Turing puede proceder de suerte que a cada una de sus posiciones sucesivas pueda considerársele determinada por su estado interno q y por un símbolo s impreso en una casilla de la cinta, es porque s no desempeña meramente el papel de un *significado,* (noemático) sino porque actúa en virtud de alguna propiedad o característica física (no necesariamente analógica): en otro caso, la acción del símbolo sería «mágica» --y sólo cuando los símbolos impresos en la máquina se abstraen de su contenido físico, las computadoras pueden aparecer como «misteriosos cerebros». Sobre estas propiedades o características se basa además la posibilidad de que un computador desborde las posibilidades de un cerebro humano. Y, sin embargo, no podría decirse que la máquina «piensa»: podría decirse que construye figuras de símbolos, los acumula en la cinta, pero sin que los símbolos acumulados, cuando son semejantes entre sí, por ejemplo, sean percibidos como *él mismo* en virtud de un proceso lógico autoformante que habría que remitir a la naturaleza misma de las sustancias del sistema nervioso. Cuando se dice que un ordenador *compara* mi nombre (escrito en una tarjeta) y un nombre almacenado en su «memoria», se formula una simple metáfora: no hay comparación, sino un resultado «mecánico» que a su vez deberá ser interpretado por un cerebro (inserto por su parte en un curso de determinados patrones culturales y sociales). Un cerebro capaz de percibir como idénticas a las dos menciones del signo «A» en cuanto correspondiendo, en un curso operatorio, a las menciones de «1» y «0» (simultáneamente: capaz de percibir como distintas y opuestas las manchas «cero» y «uno»). En el proceso apagógico de prueba del teorema siguiente $[A \rightarrow (B \rightarrow A)]$, el «$\rightarrow$» principal debe coordinarse con la mancha «1», porque de otra suerte habría que coordinarlo con la mancha «0»; coordinación que habrá que rechazar porque entonces la primera mención de A iría coordinada a la mancha «1» y la segunda a la mancha «0». En efecto, para que $[A \rightarrow (B \rightarrow A)]$ se coordine a O, es preciso que la primera A se coordine a 1 y $(B \rightarrow A)$ a 0; y para que $(B \rightarrow A)$ se coordine a 0, es preciso que B se coordine a 1, y la segunda mención de A a 0. Luego sólo si se presupone una percepción (que es un «ejercicio») de la identidad de las dos menciones de A en el contexto de las reglas lógicas que las coordinan a 1 según la condicional y que oponen 1 a 0, tiene sentido esta demostración.

Demostración que, por tanto, ya en el plano algebráico, se funda en la misma «física» de las figuras, de suerte que pudiera decirse que ese plano algebráico formal constituye una suerte de dispositivo mecánico similar a aquel en el que trabaja el ordenador que desarrollase una prueba análoga. Es erróneo según esto decir que tanto el ordenador como la mano del hombre *construyen* relaciones $(x = y)$, pero que la máquina no las conoce (o advierte) y el hombre sí. En este caso, la «conciencia» se nos daría

(42) Juan de Sto. Tomás, op. cit., I Pars, lib. I, caput. II, pág. 9.

(43) Vid. *En torno al concepto de ciencias humanas,* El Basilisco, nº 2, pág. 28.

como un mero *epifenómeno*. No sería posible entender la diferencia si comenzamos por considerar la relación como algo dado en sí, susceptible de ser o no ser conocido: hay que *regresar* hacia la ontología misma de la relación, a fin de ver cómo es ella la que incluye la conciencia más que recíprocamente. La función del *hombre* no será «conocer» una relación que le antecede, sino fundarla. Y ello sólo se entiende si el hombre es el contexto de aquella. Por ello, la diferencia entre el ordenador y el cerebro (o la mente) no la pondríamos en la diferencia que pueda existir entre una supuesta capacidad de advertir la semejanza en un caso y una inadvertencia de la *misma* (ya dada) en otro. Nos parece que este planteamiento implica un entendimiento metafísico de la relación de identidad o de semejanza (entre A y A, entre 0 y 0...) como si se tratase de una relación binaria absoluta, sustancializada: una relación binaria dada tanto por la máquina como por el álgebra, pero que la mente pudiera captar y la máquina no (aunque la hubiera establecido). Desde esta perspectiva, como hemos dicho, la diferencia entre el cerebro y el computador sería sólo epifenómenica, puesto que, en rigor, ambos establecían la misma semejanza, y la máquina sería sólo *instrumento* del cerebro. Ahora bien: si dialectizamos las relaciones de identidad o de semejanza «desustancializándolas», teniendo en cuenta que una semejanza o identidad es a su vez una negación (o filtro) de un número indefinido de marcas diferenciales determinables en terceros contextos, es decir, teniendo en cuenta que la relación no es binaria, advertiremos que la semejanza entre «A» y «A» sólo tiene sentido en un contexto en el que figure el cuerpo humano (dado a su vez entre otros cuerpos), contexto que no cabe atribuir a la máquina en sí sin «animalizarla». Si atribuímos *pensamiento* a una máquina que arroja en su cinta la fómula A = A, es sólo porque no advertimos que esa fórmula está siendo contextualizada por cerebros humanos. Para decirlo rápidamente: si el cerebro se diferencia de la máquina computadora no es porque pueda advertir o captar una identidad que la máquina no puede captar o advertir, sino porque esa identidad es una relación que sólo tiene sentido en el contexto de una actividad cerebral (digamos, un sistema límbico, a su vez vinculado a otros contextos), una actividad zoológica antes que mecánica, un «ejercicio».

Pero decir que los significantes de las ciencias formales han de figurar en sus campos como entidades corpóreas fisicalistas, no equivale a decir que puedan reducirse a las inscripciones empíricas, «quietas», a las manchas de tinta convencionales de índole tipográfica, a la *suppositio materialis*, en el sentido de los antiguos. El sistema de símbolos algebráicos *reproduce* él mismo la estructura ontológica de otros sistemas fisicalistas y, en particular, el enclasamiento de todos los símbolos. Desde este punto de vista resultan muy ingenuas las posiciones (frecuntes en los primeros momentos de entusiasmo formalista) de quienes creían haber *disuelto* definitivamente los problemas filosóficos («metafísicos») del platonismo, el problema de las esencias, de los universales, gracias al descubrimiento de una notación formal rigurosa: ya no haría falta distinguir «intensiones» y «extensiones»; las cuestiones en torno a la «participación» se habrían planteado a consecuencia de una penuria de lenguaje simbólico. Bastaría decir, dada la función proposicional $\varphi(x)$, que una clase es el conjunto $(\hat{x})$ de valores de x que, según la «función característica», hacen «1» a la función $\varphi(x) : \hat{x}\ \varphi(x)$. Sin embargo lo que con esto se estaba haciendo sería en rigor, más que analizar las Ideas de clase o de participación, construir un modelo de clases o de participación, las clases de las «x», presuponiendose ya la noción de clase en la misma noción de «campo de variabilidad» de la variable $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$. El alcance del análisis de las ideas platónicas por medio del simbolismo podría equipararse al alcance (para volver a nuestro ejemplo anterior) del análisis de la Idea de Tiempo logrado por medio de la representación sagital. Las cuestiones platónicas no quedan disueltas por el lenguaje formal; quedan reproducidas en él, aunque fijadas según patrones más precisos (la propia terminología metalingüística aquí utilizada --signos, acontecimientos, signos *patrón*-- es platónica).

2. Una vez postulada la naturaleza *autogórica* de las ciencias formales será preciso tratarlas según los mismos criterios por medio de los cuales la teoría del cierre categorial trata a las ciencias reales. No hay distinción gnoseológica entre ciencias reales y ciencias formales, aunque haya una distinción ontológica y epistemológica. Las ciencias formales son *a priori*, en el sentido dicho, frente a las ciencias reales, cuyos términos —salvo acaso los de la Mecánica pura— no quedan agotados trascendentalmente.

Al investigar la línea de demarcación entre Lógica y Matemáticas debemos atender precisamente a las diferencias según las cuales se tratan los términos formales; la naturaleza del cierre lógico se nos revelará precisamente en su mismo proceder operatorio con los signos autogóricos —y otro tanto diremos de los cierres matemáticos; la naturaleza de la verdad lógico-formal (correspondientemente: de las verdades matemáticas) se manifestará en las peculiaridades de las relaciones de identidad sintética que puedan resultar en las mismas construcciones, en tanto que estas relaciones incluyen una segregación (o eliminación) de las operaciones en el sentido de las ciencias α-operatorias. Estas afirmaciones implican una impugnación de las texis neopositivistas sobre el carácter *analítico* y *tautológico* de las verdades lógicas o matemáticas. No por ello la explicación de las *síntesis* matemáticas o lógico-formales tenga que acogerse a los principios de Kant, que fué, con todo, quien advirtió certeramente la naturaleza sintética de las proposiciones matemáticas («7 + 5 = 12». La síntesis de las relaciones matemáticas o lógicas tendría lugar (en la teoría del cierre categorial) no en virtud de la intervención de ciertas *formas a priori*, sino en virtud de la confluencia de diversos cursos operatorios (por ejemplo, diferentes algoritmos) en el resultado de una identidad. Llegamos a la fórmula $S = \pi r^2$ bien sea a partir de una suma de triángulos, bien sea a partir de coronas circulares; en el caso primero, P nos conduce a $2\pi r$ (de donde $2\pi r . r/2 = \pi r^2$); en el caso segundo, el lim $\int_0^R 2\pi r\, dr$ nos conduce a πR^2: la síntesis es evidente, los algoritmos que intervienen en cada caso son distintos (el «2», por ejemplo, que aparece como *el mismo* en ambas fórmulas, procede en un caso del algoritmo del producto y en el otro del algoritmo de la integración). Ni siquiera la relación primitiva «a = a» es analítica: ella está mediada por operaciones, y no sólo las operaciones virtuales del desplazamiento de los símbolos, (sin intensión congruente intencional) dentro de los márgenes diacríticos, sino también las operaciones formales dadas en el sistema (del tipo a . 1 = a), y a parte de las cuales la relación a = a carecería de significado operatorio (por este motivo, cabe tratar a la relación a = a como construída, como no primitiva, por ejemplo: (1) a . 1 = a; (2) a . 1/1 = a; (3) a = a).

En este artículo nos atendremos únicamente a la consideración de las *operaciones*, pero a sabiendas de que es preciso proseguir el análisis gnoseológico a propósito de las *relaciones* y de los *términos* (y todo ello, en los diferentes sectores del eje semántico --*fisicalista, fenomenológico* y *ontológico*-- y en los del eje pragmático --el sector de los *autologismos*, el de los *dialogismos* y el de las *normas*--). Con todo, y en virtud de cuanto llevamos expuesto, puede decirse que la consideración de las operaciones constituye, en las ciencias formales, el camino real para penetrar en su estructura gnoseológica, dada en la naturaleza operatoria de los propios términos (los símbolos tipográficos) constitutivos de sus respectivos campos. Una operación formal (como cualquier otra) dice siempre referencia a los términos operados y a los resultados de la operación (de la transformación, de la aplicación). En este sentido, no cabe hablar de operaciones *sintácticas* puras, como podría sugerir la tendencia a la hipóstasis de los símbolos (el signo «x» de la multiplicación, como si designase una operación «sintácticamente pura»). En rigor, el operador «x» es sincategoremático y ha de pensarse siempre asociado a *términos*, aunque no a un término en especial, «determinado». En las monarias, esto es evidente (p, q). En las binarias, los dos términos pueden ser indeterminados (axb, axc, ..., exf,...) pero la sustituibilidad «en la misma operación» de unos términos por otros no implica que la operación pueda concebirse sin términos específicos (de ahí, las variables); pero basta con que lo sea un sólo término para que la operación mantenga su indeterminación (respecto de ese término) y a la vez pueda considerarse como determinada al otro, en tanto este le confiera características especiales. La operación a . 1, no es meramente la operación «x» aplicada a cualquier término de N, Z, etc.; está determinada por 1 (la operación es «x 1»; «1» no es un término más entre todos los términos, aunque sintácticamente así pueda considerársele; porque semánticamente «a . 1» es igual a «a», es decir, «x 1» es un módulo, no un término cualquiera). Pero esta vinculación de «x» a un término (x 1) no es sino un caso particular de la vinculación general de las operaciones a los términos «semánticos» (habría también que suponer: «x 5», «x 6»). Las características sintácticas de las operaciones no son, pues, independientes de la semántica de los términos, sin que por ello se confundan entre sí. La sintaxis es un *órden* que brota del mismo desarrollo de las composiciones semánticas, en donde resulta la posibilidad de disociar términos que aparecen en cursos operatorios distintos, etc. Sea la operación booleana «+», definida de este modo:

—	a	b
a	a	b
b	b	a

Esta operación va ligada en cada caso a la semántica de sus términos: (1) a + a = a (2) a + b = b, (3) b + a = b, (4) b + b = a. Sin embargo, entre los casos (2) y (3) hay una semejanza sintáctica: en ellos a desempeña el papel de un módulo (= 0). Y entre los casos (1) y (4) las diferencias son completas: en (1) la operación es idempotente; en (4) no lo es. ¿Cómo una operación que depende de tal manera de la semántica de cada término puede tener una dimensión sintáctica?. Diríamos que a través del sistema, por ejemplo, de la asociatividad [b + b + a = (b + b) + + a = b + (b + a) = a].

Al aplicarnos al análisis gnoseológico de las operaciones formales, en cuanto se refieren a símbolos tautogóricos advertiremos ciertas características que habría que pasar por alto (por insignificantes o triviales) desde una perspectiva tanto *alegórica*, como formalista-hilbertiana. Estas características son principalmente las que llamaremos *aspectos* y *propiedades* de las operaciones. Esta distinción y, sobre todo, su significado gnoseológico, no puede hacerse presente desde perspectivas no-autogóricas.

3. En una operación con símbolos autogóricos hay que distinguir también los *términos componentes* (o «factores») de la operación o transformación y los términos que *resultan* de ella. Además, hay que distinguir los *nombres* de los términos componentes (o factores) y los *nombres* del *término resultado*: distinción sutil, muchas veces, dado el carácter autogórico de los símbolos. Pero ello no obsta a que en ocasiones un *término* pueda y aún deba tener un *nombre* o símbolo especial. En todo caso no se trata aquí de distinguir el *término* resultado (c, en a + b = c) y el *nombre* de ese término resultante (por ejemplo, «c»), como si se tratase de la distinción entre un objeto y el nombre «exterior» del objeto o (si el objeto c se entiende ya como nombre), como si se tratase de la distinción común entre lenguaje y metalenguaje (44). Pues al entender [c] como resultante de «a + b», queremos decir que c no es meramente un nombre de un objeto construído por «a + b» (que pudiera a su vez tener otro nombre, «c», sino que [c] es el propio objeto construído por «a + b», o al menos que [c] es algo construído «él mismo» a través del *objeto* designado por «a + b».

Estos diferentes estratos gnoseológicos, a nivel de los términos, en las ciencias formales, determinan ya una compleja red de relaciones que tienden a ser confundidas, subsumiéndose las unas en las otras (por ejemplo, las relaciones entre el nombre de un término factor y el resultado, o entre el nombre de un resultado y el nombre de un factor, etc.). Apliquemos estas distinciones —a fin de obtener una primera medida de su alcance— al análisis de la proposición que Kant hizo famosa: «7 + 5 = 12». Suponemos, con Kant, que esta proposición no es analítica. Nos interesan aquí, más que las definiciones generales (45), las gnoseológicas. Hintikka interpreta la apreciación de Kant, según la cual esta proposición es «indemostrable» o «inmediatamente evidente», en el sentido de que ella podría ser verificada «sin realizar operaciones» (46). Pero esta interpretación nos parece enteramente equivocada; porque entonces «7 + 5 = 12» debería haber sido considerada *analítica*. Una cosa es que las operaciones implicadas en «7 + 5 = 12» (la operación *adición* además

(44) La distinción entre *Lenguaje* y *metalenguaje* bordea, creemos, la metafísica, por cuanto la claridad de esta distinción exige suponer dado un lenguaje objeto previo y cerrado como tal; pero este lenguaje es utópico (todo lenguaje contiene «intercalados» momentos metalinguísticos, sin los cuales no puede desarrollarse, como ya vió Jakobson y han confirmado las experiencias de Premack sobre el lenguaje de chimpancés).

(45) W. Quine, *Two Dogmas of Empiricism*, The Philosophical Review, 60, 1951; K. Ajdukiewick, *Le probleme du fondement des propositions analytiques*, Studia logica, 8, 1958; J.J. Katz, *Analycity and Contradiction in Natural Langage*, Engkewood Cliff, 1964; L. Apostel, J. Piaget, etc. *Les liaisons analytiques et synthetiques dans les comportements du Sujet*, París, PUF, 1957, etc., etc.

(46) Jaakko Hintikka, *Lógica, Juegos del lenguaje e información*, trad. esp. Tecnos, 1976, pág. 246.

de su contenido aritmético específico, comporta otros momentos operatorios que pueden encontrarse en situaciones no aritméticas: coordinación, inscripción...) puedan ejecutarse con gran facilidad (psicológica) y otra cosa es que puedan darse como inexistentes. ¿Acaso sólo cabe hablar de operaciones en la *apodeixis* --en la prueba euclidiana, por medio de procedimientos algebráicos?. El razonamiento kantiano, que habla de la «acumulación en el tiempo», se podría considerar reflejado en el análisis de su ejemplo por medio del concepto de una «máquina de Turing». También aquí podemos presentar a «7 + 5 = = 12» en términos de una acumulación (*retención*) de barras sucesivas en el tiempo métrico. La suma «7 + 5 = 12», como algoritmo de Turing, permite un análisis similar al kantiano:

a b

(///////) (/////) = (////////////)

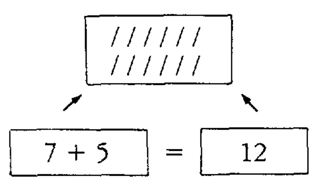
c d

(///////////*) = (////////////)

puesto que *b* y *d* se dan como idénticas, y *d* resulta de *c*. La *síntesis* estriba aquí en la circunstancia de que las operaciones que conducen de *c* a *d* confluyen con las que conducen de *a* a *b* (confluyen, porque *b* = *d*). Pero las *configuraciones* de la máquina son diferentes: *a* supone, por ejemplo, 65 configuraciones (para poder arrojar b), y *c* sólo 60 para dar *d*. Podría decirse: una misma *estructura* resulta de diferentes cursos *genéticos*. El análisis detallado de la proposición «7 + 5 = 12» por medio de una máquina de Turing (análisis que omitimos aquí, dada su prolijidad) permitiría precisar el papel de las *síntesis de identidad* del sujeto lógico que lee la cinta de la máquina (la cual no realiza esas *síntesis*, salvo a través de sus *símbolos* interpretados por el sujeto lógico (47).

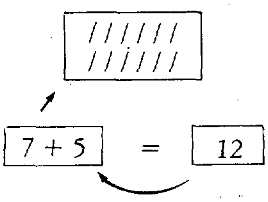
La proposición «7 + 5 = 12», que Kant examina como ejemplo de proposición científica (en esto, desde la teoría del cierre categorial, no podríamos seguir a Kant, porque esta proposición sólo será científica dentro de un contexto demostrativo, de una construcción que no se reduzca a la simple ejecución de la operación *adición*), es una proposición sintética. Suponemos con Kant, que esta proposición no es analítica.

Pero (desde nuestra perspectiva gnoseológica) la razón es diferente a la que Kant ofreció, apelando a sus *formas a priori*. Decir que 7 + 5 = 12 es analítica significa *gnoseológicamente*: que el término «12» es simplemente una abreviatura (un sinónimo) del término «7 + 5» y que la proposición es puramente retórica. Es tomar «12» como *nombre* del término «7 + 5», incluso como nombre del *mismo* objeto designado por 7 + 5 (por ejemplo: 1 + 1 + + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) y no como nombre del término-resultado de la operación 7 + 5. El propio análisis kantiano, que tomaba «7 + 5» como sujeto y «12» como predicado, se prestaba a esta interpretación, sin más que apelar al concepto de los «predicados que nada añaden al sujeto». Pero el predicado de esta expresión no es «12», sino la relación «=» establecida entre los sujetos o términos «7 + 5» y «12». Desde el punto de vista gnoseológico, una operación incluye (precisamente al ser neutralizada) la *segregación* del término resultado; por ello, este término puede («emancipado» de los factores) recomponerse con alguno de ellos (12 + 5, 12 + 7) y remitirnos a ellos en el caso particular, no general (como pide la escuela de Piaget) de la reversibilidad: «12 − 5 = 7». En consecuencia: el término resultado puede ser nombrado mediante otro símbolo distinto del de los factores; «12» no designa sólo 5 + 7 (ni se identifica absolutamente con él --y la prueba es que también 12 puede ser el nombre del resultado de 3 x 4 o de $\sqrt{144}$). Es un grave error, por tanto, entender 12 como un mero símbolo-abreviatura de la adición (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1), puesto que 12 es a su vez, resultado de un algoritmo operatorio, a saber, el algoritmo del sistema decimal que, al tener la estructura de una función polinómica $f(x) = a_0 (x - a)^0 + a_1 (x - a)^1 + \ldots + a_n(x - a)^n$, puede transformarse sistemáticamente (regla de Horner) en otro nombre (12 = 1100) del mismo término-resultado de 7 + 5. Es arbitrario y muy superficial, por tanto, considerar como terreno propio de los entes matemáticos (o aritméticos) a unidades físicas discretas (aunque sean tipográficas, del tipo «/», «/», «/», «/»,...), asignando a los símbolos-guarismos (del tipo 5, o 12) el papel de *nombres* de aquellos entes o colecciones de entes. Porque estos símbolos ya son, en su misma entidad, aritméticos: los dígitos, por cuanto sólo son significantes sincategoremáticamente, ordinalmente («5» entre el «4» y el «6») y los compuestos («12») porque son ya el resultado de un algoritmo operatorio (una función polinómica por ejemplo) él mismo matemático. Según esto, al designar la entidad «doce» (en el sentido de Frege) por «12», no estamos designando un ente matemático por un símbolo en sí mismo no matemático, sino que estamos designando sintácticamente un ente matemático mediante otro ente matemático, una «cifra» procedente de otro algoritmo sintéticamente (*sinectivamente*) vinculado al primero. Si suponemos que «12» es el nombre de «7 + 5» (o incluso el mismo ente --el «doce» de Frege-- que está siendo designado por «7 + 5»), entonces la relación entre «7 + 5» y «12» sería *empírica* o convencional, ni siquiera analítica. Se trataría de una conjunción de dos cifras arbitrarias, por el motivo de que ambas son nombres de un mismo objeto, pero sin que quedase recogida la influencia del objeto mismo, que permanecería, por decirlo así, indiferente a sus «denominaciones extrínsecas», así como también estas permanecerían exteriores al objeto.

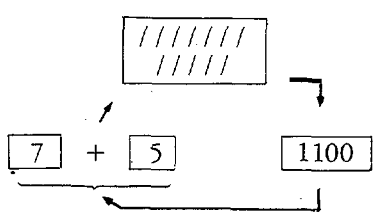


Decir que el juicio «7 + 5 = 12» es analítico podría significar, en esta hipótesis, algo así como ésto: que el objeto (*referencia*) designado por «7 + 5» es *el mismo* que el designado por «12»; por tanto, que «12» no añade nada al objeto ya designado por «7 + 5». En esta hipótesis, la operación «7 + 5» no nos conduce a un objeto nuevo sino al nombre («12») de un objeto ya dado (inafectado por el nombre); o incluso, acaso, al nombre del nombre de «7 + 5»:

(47) J.A. López Brugos, *Chimpancés mecánicos*, en El Basilisco, nº 5.



Pero la cuestión es que «doce» de Frege (el conjunto de todos los conjuntos coordinables con una docena) no existe con anterioridad a las operaciones que lo han construído y ésto, no sólo porque han debido acumularse las unidades y coordinarse entre sí, cuanto porque las mismas unidades han debido configurarse operatoriamente. Lo que no significa que no desborde todas las operaciones que conducen a él, y las «elimine» alternativamente (como un invariante *terciogenérico* de las sustituciones que, sin embargo, sólo se realiza en ellas). Pero desde el momento en que no presumimos su existencia previa, no cabe partir de ese «doce» ontológico para dar razón de la igualdad entre «7+5» y «12», sino que, inversamente, hay que partir de esta *igualdad* para dar razón de la entidad «doce». Así diríamos, por ejemplo, que este «doce» es el resultado, en primer lugar, de la adición del siete y del cinco, en forma de una docena empírica de trazos, objetos, etc. Llamemos a este resultado una «docena especial» o, si se quiere, proyectada en el espacio. Que, por otra parte, en la propia regla onomástica del nombre «12» (aún más claramente se ve, si cabe, en el sistema binario, la regla de construcción del nombre «1100») ha intervenido ejercitativamente una docena de posiciones combinatorias, por lo que la figura «12» (o «1100») lejos de poder ser interpretada como un signo arbitrario (convencional) de la entidad «doce», viene a ser ella misma una «docena operatoria», una docena temporal, por ejemplo, y, por tanto, «12» o «1100» contiene un componente iconográfico y, también, autogórico. La identidad «7 + 5 = 12» envuelve ahora una coordinación entre esta docena temporal que vincula al 12 y la docena espacial que vincula al 7 + 5. Cabría hablar de un circuito, en el que los nombres resultan ser tan aritméticos como los objetos designados por ellos, un circuito en el que se realiza una identidad sintética, que podríamos representar mediante el siguiente diagrama:



La *síntesis* realiza en ocasiones una identidad algebráica finita: $(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$, o bien 7 + 5 = 12, o más claramente operatoria pura ($a^0 = 1$); otras veces la síntesis es una *ad identidad* (una *ad igualdad,* en el sentido de Leibniz), una síntesis infinita en la que los términos resultantes identificados ni siquiera consta no se desborden mutuamente, anteriormente a las operaciones del paso al límite (por ejemplo $[e = \lim_{n \to \infty} (1 + 1/n)^n]$). Las consideraciones precedentes, nos obligan a distinguir sistemáticamente dos contextos (o suposiciones) distintas de los *nombres del término resultante* de una operación:

a) La suposición *asociada* a los componentes de la operación (y entonces «12» figurará como «nombre asociado» a «5 + 7»).

b) La suposición *disociada* respecto de componentes específicos dados («12» es el nombre de un ente disociado de «5 + 7», como nombre del resultado de «3 × 4» o de «$\sqrt{144}$»).

Sea la operación booleana a . a' = ∅. Aquí «∅» puede *suponer* como nombre *asociado* a la operación a . a', como un emblema (definición nominal) de a . a'; pero puede suponer de manera enteramente *disociada* de a y a', puesto que también ∅ = b . b' (y es imposible *deducir* o derivar la figura b de la figura a). Otro tanto diríamos en el caso a + a' = 1; b + b' = 1. Podríamos utilizar nombres disociados diferentes, en principio (a . a' = W; b . b' = K: entonces vemos claro que ∅ puede figurar como término disociado: W = K = ∅).

Este ejemplo es más probatorio, si cabe, que el aritmético. Podía sostenerse que «12 = 5 + 7» y «12 = 8 + 4» no encierran una síntesis puesto que «5 + 7» es igual a «8 + 4» en un sentido analítico (y en el análisis se hará regresando a las unidades trazo). La apariencia de síntesis a nivel tipográfico decimal --al constar figuras distintas en la primera definición (5, 7) y en la segunda (8, 4)-- se desvanecería, o se atenuaría al menos, apelando al sistema binario (1100 = 101 + 111; 1100 = 1000 + 100); en realidad, sólo se atenuaría (en tanto los signos mención son ahora siempre casos de dos mismos signos patrón) porque en rigor, las operaciones, por sus síntesis, son ahora, si cabe, más patentes, al atenernos a una base de numeración más baja (diríamos que se advierte mejor la «maquinaria operatoria» en las igualdades «101 + 111 = 1000 + 100» que en «5 + 7 = = 8 + 4»), pero en las identidades «a + a' = b +b'», en modo alguno, ni siquiera aparentemente cabe hablar de nexo analítico, porque no es posible obtener las clases complementarias b, b' de las a, a', ni recíprocamente. A nivel algebráico, desde luego, como hemos dicho; pero incluso cuando interpretamos estas fórmulas booleanas en un modelo no tipográfico. Supongamos que interpretamos «1» como un círculo y las clases complementarias como semicírculos codiametrales suyos (siendo la operación «+» el adosamiento de dos semicírculos por su diámetro). La igualdad «a + a' = b + b'», que es ahora geométrica, es sintética, porque la división de un círculo en dos semicírculos a y a' no contiene analíticamente su división en b y b' ni las infinitas divisiones posibles (el «*teorema dicotómico*» atribuído por Proclo a Tales de Mileto no es, por tanto, trivial, analítico, sino sintético).

4. Dada una operación *formal* (es decir, con *fórmulas*) cabe analizar sus características según dos *modos* diferentes (diferentes en el sentido de que pueden ir separados en muchas situaciones, y no en el sentido de que no puedan ir unidos en ninguna: cuando esto ocurra, será porque la «propiedad» se convierte en «aspecto»):

(A) *Modo primero*: las características de la operación (regla de transformación, etc.) se mantienen de suerte que no se tome en cuenta el *término resultante segregado,* sino la propia disposición de los componentes. Sin duda, el término resultante estará aludido, pero oblícuamente. El *nombre* del término resultante se considerará, a lo sumo, como término *asociado* a los «factores». Puede decirse que los caracteres apreciados en la operación se manifiestan ahora independientemente del término disociado.

(B) *Modo segundo:* los caracteres de la operación se consideran en función del *término resultante,* en cuanto disociado (sea porque se utiliza su *nombre disociado,* sea porque se utiliza el «nombre asociado» pero en función de nombre del término resultante).

Llamaremos «propiedades» a las características de una operación (si las hay) según el modo primero y «aspectos» a las características de las operaciones (si las hay) dadas según el modo segundo. Las *propiedades* de las operaciones, según esto, han de ser tales que puedan expresarse al margen, por decirlo así, del valor resultante, como si estas propiedades fuesen puramente sintácticas. Tal ocurre, en realidad, con los conceptos similares al de la propiedad *asociativa:* $(a + b) + c = a + (b + c)$. Como caso límite, en el que sólo cabe hablar de *propiedades* porque, aunque hay operaciones, no hay siquiera términos resultantes definidos (incluso éstos se consideran absurdos, en el contexto) podríamos citar las situaciones matemáticas en las cuales los términos *resultantes* exceden el «campo de números» del que brotaron (por ejemplo, las propiedades de la operación $1 : \sqrt{-a} = \sqrt{-a}$, en el campo de los números reales, en donde $\sqrt{-a}$ no es ningún resultado, no tiene *referencia*). Las características «aspectuales» sugieren un nivel de análisis más profundo (desde el punto de vista *semántico*) que las características «propias» (más bien *sintácticas*) porque nos señalan la conexión con los términos-referencias resultantes, en cuanto tales (es decir, sin perjuicio de que estos sean o no designados por nombres distintos de los nombres de los factores).

Ahora bien: cuando el término resultante es, precisamente, uno de los componentes —es decir, cuando pueda afirmarse de algún modo que una «propiedad» es, a la vez, un «aspecto»— entonces la característica adquiere una modalidad, por así decirlo, *transcendental* (en cuanto es la misma *sintaxis* —«propiedad»— la que incluye, digámoslo así, su propia *semántica* —«aspecto»— y recíprocamente). Que $(a \cup a = a)$ contiene una característica de la operación de distinto tipo que las características de la operación $(a \times a = c)$ (para $a \neq 1$) se refleja ya en la circunstancia de que suele hablarse de «propiedad de idempotencia» en el caso $(a \cup a = a)$, mientras que en el caso $(a \times a = c)$ no se dice nada (o, a lo sumo, negativamente, se habla de la no-idempotencia del producto aritmético). Pero el caso $(a \times a = c)$ nos remite a un *aspecto* de una operación (el término «c» es disociado); en el caso $(a \cup a = a)$ apreciamos, sobre todo, un aspecto, en cuanto «a» resultado ha de figurar, como tal, disociado (podría escribirse: $a \cup a = x$), y si es «propiedad» lo será en tanto que el resultado «a» nos devuelve a los factores. Aunque el carácter de *propiedad* quedaría mejor declarado en ésta otra disposición: $(a \cup a = a \cup a)$ que, sin embargo, todavía no contiene la síntesis operatoria. (Si el resultado de $(a \cup a)$ lo llamamos «c», es decir, si hacemos $(a \cup a = c)$, será preciso luego añadir la definición $c = a$, en donde c desempeña el papel de nombre de a, que es el resultado).

Denominamos «aspectos» a las características similares a las así señaladas, en virtud de cierta analogía que cabría establecer entre las relaciones de lo que los gramáticos llaman aspectos verbales con los tiempos, y las relaciones de los aspectos operatorios con las propiedades. Así como los aspectos verbales (por ejemplo, el aspecto de la acción repetida frente a la espontánea) atraviesan unas veces los tiempos («picoteaba», «picoteará») y otras veces se recluyen en las fronteras de un tiempo (acción terminada —«escribió»—, acción durativa —«escribía»—, el *perfectum* y el *infectum*), así también los aspectos operatorios de las operaciones algebráicas se cruzarán unas veces con las propiedades y eventualmente se ajustarán al ámbito de alguna de ellas.

Los conceptos precedentes nos permiten distinguir características, de otro modo confundidas, tales como la llamada «conmutatividad de la adición» y la «desigualdad aditiva»: $[(a + b = a + b) \rightarrow (b + a = a + b)]$ y $[(a + b = c) \rightarrow (c \quad a)]$. Son *propiedades* $(a + b = b + a)$; $(a + b > a)$. Pero son características *aspectuales* $(a + b = c)$ y $(c > a)$. Si c se entiende como nombre asociado a $a + b$ el aspecto podría reducirse a la situación de propiedad.

En la operación $(a \cup \varnothing = a)$ podemos hablar de *aspecto* en la medida en que *a* figure como nombre disociable (por ejemplo a^*, es decir $a \cup \varnothing = a^*$) y sólo ulteriormente probaremos que $a^* = a$. Pero como a^* es un nombre del mismo a, hay que decir que este *aspecto* de $a \cup \varnothing = a$ (la neutralidad) es a la vez una *propiedad,* puesto que el término *a* no sólo es el nombre del resultante (aspecto) sino también el del componente (propiedad). Pero un aspecto de una operación que consiste en remitirnos a un término que resulta ser precisamente uno de los factores (es decir, una propiedad) es un aspecto, puesto que el factor resultante (propiedad) debe entenderse precisamente como resultante, (como nombre del resultante y no del factor), por lo tanto, como un *aspecto.* La situación es distinta en el caso aritmético $(a \times a = a^2)$. No cabe hablar de idempotencia, aunque se reproduzca el término a; a^2 a lo sumo denota un término resultante distinto de los componentes (a, a) un término que puede recibir un nombre disociado de ellos $(c = a \times a)$, aunque por lo demás, a^2 (en $a \times a = a^2$) más que nombre del término resultante podría ser nombre de la propia operación $(a \times a)$ y, en este sentido, en todo caso, $a \times a = a^2$ es más bien una *propiedad* que un *aspecto* (se «alinea» mejor del lado de las operaciones que del lado de los aspectos). Esto confirma la necesidad de ésta distinción para evitar expresiones tales como «propiedad idempotente de $\cup$» $(a \cup a = a)$ dado que, en este caso, el nombre *a* «resultante» es nombre disociado (nombre del resultado) de la operación —no es propiedad— aún cuando semánticamente resulte ser el mismo (signo patrón) término componente. Por lo demás, como hemos dicho, una operación está siempre vinculada a los términos (semánticos) y, por tanto, es preciso tener en cuenta en cada caso estos términos al hablar de las propiedades y de los aspectos. La llamada «propiedad modular» de la operación «x» $(a \times 1 = a)$ es, en rigor, un aspecto de la operación «$\times$ 1», aplicada a cualquiera de los términos pertinentes (se trata de una forma de operación monaria). La operación booleana antes mencionada $(a + b = b, a + a = a$, etc.) tiene el aspecto de la idempotencia en el caso $a + a = a$ (la contravalencia es idempotente para el caso [0, 0]) y no lo tiene en el caso $b + b = a$. Suele reconocerse ésta diferencia distinguiendo propiedades de las operaciones (conmutatividad, etc.) y propiedades de algunos términos privilegiados (elementos neutros, absorbentes). Pero ésta es una distinción casuística y el concepto exige que se reunan en una perspectiva más general.

En resolución: cuando hablamos de propiedades puras de las operaciones, no aspectuales, nos desligamos de los objetos resultantes, manteniéndonos en el plano de los factores o componentes y nos alejamos de toda perspectiva transcendental. Perspectiva que, en su reducción algebráica, no puede referirse a otra cosa sino precisamente al nexo de las operaciones con los términos resultantes. Por tanto, interesa atender a los *aspectos* de las operaciones (mejor, a las *propiedades* con *significados aspectual*), puesto que las propiedades puras, por sí mismas, pueden ser mostradas abstrayendo los resultantes: $a \times b = b \times a$ (cualquiera que sea el *resultado disociado* de la operación). Las características aspectuales de las operaciones nos remiten de las operaciones a los términos y de los términos (considerados según alguna propiedad: neutra, absorbente) a las operaciones.

El concepto de *aspecto* nos permite, ya de inmediato, dar una interpretación de los motivos por los cuales la «propiedad de idempotencia» ha podido ser invocada en el momento de discriminar la Lógica y las Matemáticas. La idempotencia es *aspectual,* diremos, porque su concepto incluye necesariamente referencia al término resultante de la operación ($a \cup a = a$). La noción de *aspecto* obliga a estrechar la conexión entre los momentos sintácticos y los semánticos (en las tablas de verdad, el functor negador, en cuanto involutivo, es necesariamente *semántico,* y, por ello, apofántico).

III. ASPECTOS REITERANTES DE LAS OPERACIONES. LOS ASPECTOS «AUTOFORMANTE» Y «HETEROFORMANTE»

1. Toda ciencia formal —en rigor, todo lenguaje— ha de atenerse a un depósito de símbolos de cardinal finito y generalmente muy limitado (digamos del órden de 10^2). Como las construcciones formales pueden analizarse como si fuesen líneas de símbolos (establecidas según ciertas reglas de formación y de transformación) cuya longitud es ilimitada ($> 10^2$) puede afirmarse (por motivos onomástico-generales) que los símbolos elementales, así como secuencias de longitud variable, se repiten en las fórmulas, y que la distinción entre *signo mención* (*token*) y *signo patrón* es una de las distinciones centrales en la teoría de las construcciones formales. Una distinción de directa significación *gnoseológica* y no sólo una distinción ontológica, genérica a todos los signos (al menos fonéticos (48)) que oblícuamente incidiese en la teoría de las ciencias formales.

La repetición de los símbolos elementales o de secuencias de estos símbolos es el fondo desde el cual vamos a introducir el concepto de los «aspectos reiterantes» de las operaciones formales. Estos *aspectos reiterantes* presuponen, desde luego, la repetibilidad general de símbolos primitivos y de secuencias de símbolos de las cuales estamos hablando, pero la realizan de un modo especial.

De un modo especial: no toda repetición de símbolos o secuencias requiere la apelación al concepto de «aspecto reiterante». Hablaremos de *aspectos reiterantes* cuando la repetición de símbolos (o de secuencias de símbolos), tenga lugar en virtud de algún motivo gnoseológico sistemático especial (no en virtud del motivo general que hemos mencionado), de alguna regla (ligada a la operación) que supondremos aplicada a algún material o parámetro (núcleos). Consideremos aquí los casos en que esta regla define una operación o una función, una transformación que aplicada a un material dado, determina repeticiones sistemáticas (respecto del material paramétrico o de los símbolos entre sí). Al estar ante una operación, esta repetición sistemática en el término resultante —en cuanto su clave reside, por decirlo así, en los componentes— tendrá que ser computada como un «hecho aspectual», dado que el concepto de aspecto alude al contenido semántico de los términos resultantes. Distinguiremos de inmediato una reiteración *débil* de una reiteración *fuerte.* En la reiteración débil, la repetición es sistemática, pero afecta únicamente a las partes del término resultante, con abstracción de los términos componentes ($20/3 = 6'666...$) en la reiteración fuerte la repetición sistemática afecta también a las relaciones entre los términos resultantes y los términos componentes ($20/9 = 2'222...$, en donde la repetición de «2» es sólo una parte no nuclear del símbolo original, considerando como *núcleo* al conjunto de partes afectadas por la operación). Podríamos llamar «reproducción» a la reiteración fuerte, y «aspectos reproducentes» a las características aspectuales ligadas a la reproducción («re-producentes», por analogía con la forma castellana «contra-producente»). Cierto que en ésta re-

(48) Cassirer, *Filosofía de las formas simbólicas,* trad. esp. F.C.E., I, pág. 142.

producción habrá que distinguir la reproducción distributiva del núcleo original (en el límite: del *todo*) —$20 \times 1 = 20$— o de un *núcleo* suyo —$(a + b)^2$, en $(a + b)$— y la reproducción de una parte que no sea núcleo atributivo del término origen ($20 / 10 = 2$). Evidentemente, es la reproducción *nuclear* o *total* aquella que es verdaderamente significativa aspectualmente, porque entonces el nombre del objeto y el objeto dependen del sistema.

2. Por otra parte, la reiteración (y, en particular, la reproducción total) puede afectar, en primer lugar, a los valores ó términos (simples) de la función o de la operación; pero también puede afectar a la función misma, en tanto ella viene expresada en símbolos formales y, recíprocamente, en tanto los símbolos sólo alcanzan significado en el ejercicio operatorio. Esta última posibilidad se comprende perfectamente en el caso en el cual una operación o función θ se aplica a una materia que ya contiene, a su vez, otra operación ξ cuya reiteración es la que está determinada por θ. Distiguiremos así una reiteración de términos (débil o fuerte) y una reiteración de funciones (o reproducción funcional). La operación $a \times 1$, cuyo término resultante es a envuelve el aspecto de una reproducción de términos; la operación $D\, a^u = a^u\, D\, u\, L\, a$, tiene un aspecto de reproducción funcional (a^u) además del aspecto de reproducción del otro operador D y la reproducción del término a.

3. Ateniéndonos principalmente a la reiteración (fuerte o débil) de términos, la distinción gnoseológica más importante que debemos de hacer tiene que ver con la distinción entre totalidades *atributivas* o *nematológicas* (que designaremos con la letra T, «te latina») y totalidades *distributivas* o *diairológicas* (que designaremos con la letra $\mathfrak{T}$, «te gótica») (49). En efecto: los términos reiterados sistemáticamente constituyen totalidades isológicas (respecto de las partes repetidas). Y una totalidad isológica puede ser de tipo T (la «barra de oro» de que se habla en el *Protágoras* platónico) y puede sobre ella definirse una $\mathfrak{T}$ (la clase de las monedas de un mismo cuño). Una totalidad T puede ser un conjunto, o una serie. El concepto ordinario de «inducción aritmética» se mantiene en la confusión entre las totalidades de tipo T y $\mathfrak{T}$. Se entiende en efecto por inducción el paso de la atribución de una propiedad P observada en las partes (en algunas o en su conjunto) al todo. Se supone que en la inducción matemática el proceso consiste en extender una propiedad P advertida en algunos números naturales a la totalidad de esos números. Pero con esto se oscurece la naturaleza del proceso de la inducción matemática, al aplicársele el esquema de la «inducción lógica» aristotélica o baconiana. Introduzcamos la distinción entre T y $\mathfrak{T}$: concluiremos que la inducción matemática es un paso de la parte al todo, pero de una parte t_k a un todo de tipo T_k (sin perjuicio de la intercalación, en el proceso, de totalidades), mientras que la inducción lógica se nos revela como un paso de una parte p a un todo (sin perjuicio de la intercalación en el proceso de totalidades del tipo T).

Además el todo T de la inducción matemática es una serie; por ello el paso de la parte al todo comienza por el primer término de la serie. El paso es constructivo, porque si P vale para n, vale para n + 1. Por tanto P no es una propiedad distributiva (de la que pueda decirse que vale para algunos números) sino que es atributiva. Por lo demás, la inducción matemática resulta de una confluencia de cursos de construcción que arrojan un mismo resultado (identidad sintética). Podemos llamar horizontal a uno de estos cursos constructivos y vertical al otro (en el caso más sencillo). Ocurre que en la línea vertical, la inducción matemática incluye una suerte de inducción aristotélica (o «juicio reflexionante») dado que cada nueva construcción horizontal debe poder ser subsumida en la fórmula general (50). En cuanto a la inducción lógica: las propiedades son distributivas y de algunas (o todas) las partes observadas pasamos a un todo distributivo, que habrá de ser sin embargo, recorrido paso a paso (en general, en cualquier orden): la «inducción confirmativa» tiene que ver con esta construcción. Las llamadas «definiciones por abstracción» en matemáticas, son inductivas en este sentido. («Si dos conjuntos son coordinables decimos que tienen el mismo cardinal»; «todas las fracciones iguales representan un mismo número racional»; ...).

Los símbolos repetidos en una operación reiterante pueden formar una totalidad de tipo (por ejemplo, la to-

(49) Nos remitimos a nuestra *Teoría de los todos y de las partes* (inédita). Ver El Basilisco, nº 2, pág. 28 nota 73. Aquello que algunos (Stegmüller, op. cit.) llaman «conceptos clasificatorios», tiene que ver con las «totalidades $\mathfrak{T}$», así como los «conceptos cuantitativos» tienen que ver con las «totalidades T» –aunque no toda la totalidad T sea cuantitativa formalmente.

(50) Ver más adelante, IV, 4.

talidad de las figuras «2» obtenidas al dividir por 2 cada uno de los elementos del conjunto 2N) y pueden también formar una totalidad de tipo T, por ejemplo, la repetición del binomio base (x — a) en el polinomio algebráico de exponentes enteros ordenado:

$$f(x) = a_0 (x - a)^0 + a_1 (x - a)^1 + \ldots + a_n (x - a)^n$$

Sin embargo los coeficientes a_i pueden ser 0 y, en todo caso, el valor de cada término del polinomio es independiente de los demás, por lo que podría decirse que constituye un todo $\mathfrak{T}$ (el «+», al permitir la anulación de cada término sin repercusión en la anulación del polinomio entero, es asimilable al « »).

Los llamados algoritmos de iteración (51) son reiterantes y forman totalidades T acumulativas.

Cuando los símbolos-términos (o las secuencias de términos) se repiten regularmente, según un cierto ritmo, la reiteración caracteriza a las funciones *periódicas.* Dado el operador E (respecto del incremento h, definido por la igualdad $E f(x) = f(x + h)$ podemos definir una función periódica de período h: $E f(x) = f(x)$ (si $h = 2\pi$, tendremos: $E \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} x$).

4. Un operador cuyo concepto corresponde puntualmente al aspcto de la reiteración es el operador I (operador unidad o idéntico) que pueda redefinirse a través del operador E (teniendo en cuenta que éste puede reiterarse: $E^2, E^3, \ldots, E^n f(x) = f(x + nh)$) mediante la forma $E^0 f(x) = I f(x) = f(x)$. La operación $[E - I]^2 f(x)$ es reiterante (en sentido fuerte) o reproducente de las propias funciones, puesto que cabe escribir:

$$[E - I]^2 f(x) = [E^2 - 2E + I^2] f(x)$$

Aplicando sucesivamente:

$$\begin{aligned}
&[E - I]^2 f(x) = [E - I] . [E - I] f(x) = \\
&= [E - I] . ([E - I] f(x)) = [E - I] . [E f(x) - \\
&- I f(x)] = [E - I] . [f(x + h) - f(x)] = \\
&= E[f(x+h) - f(x)] - I[f(x+h) - f(x)] = \text{etc.}
\end{aligned}$$

5. Llamaremos *operaciones autoformantes* (o aspectos autoformantes de una operación o función dada) a aquellas que incluyen la reproducción (o reiteración total) de al menos uno de los núcleos o términos nucleares componentes (sin excluir el functor) en el término resultante (lo que puede tener lugar a través de la reproducción de una función) de suerte que la relación entre el término reproducido y el término parámetro sea de identidad isológica distributiva, es decir, cuando los términos se mantengan entre sí como partes de un todo de tipo $\mathfrak{T}$ (identidad esencial) y, en el caso eminente, como la misma parte (identidad numérica o sustancial).

Cuando esto no ocurra, hablaremos de *operaciones heteroformantes.* Debe advertirse que las operaciones heteroformantes no excluyen la reiteración, ni siquiera la reiteración fuerte (cuando no es nuclear). Pero todas estas

(51) Rey Pastor, *Análisis algebráico,* Madrid, 1946, I, ca. V («Algoritmos de iteración»).

formas de reiteración pueden tener lugar en el ámbito de las relaciones nematológicas (las relaciones de parte a parte o de parte a todo de tipo T).

La operación $a \times 1 = a$ es evidentemente autoformante en el sentido dicho; la operación $a^3 = a \times a \times a$ es heteroformante (aunque sea reproducente) puesto que el término resultante $k = a \times a \times a$, mantiene, con respecto a cada término reiterado la relación del todo T a la parte de T (k es un todo acumulativo). La operación $a^3 = a \times \times a \times a$, podía entenderse en efecto en el sentido de que a^3 sea sólo el *nombre* de $a \times a \times a$. La operación $10 - 5 = = 5$ es heteroformante, en tanto que *aspectualmente,* el término «5» resultante debe ser *término disociado,* sin perjuicio de su isologismo con el «5» paramétrico, pues no debe considerarse meramente como otra mención distributiva de un mismo signo patrón, dado que ambas menciones mantienen, respecto del término 10, a través de la operación, la relación de dos partes atributivas T $(5 + 5 = = 10)$.

El concepto de *reversibilidad* (a la que Piaget y su escuela consideran esencial a cualquier tipo de operación), interfiere en parte con el concepto de aspecto autoformante. En efecto, una operación reversible es una operación que, a través de su inversa, nos conduce al punto de partida. La reversibilidad —que contiene confusivamente también a la involución— es así un modo (aunque no el único), de lo que después llamaremos involución autoformante. Pero no toda operación autoformante es reversible, en el sentido de Piaget, aunque sí toda reversión es una autoformación.

Citamos los tres modos principales de los cursos operatorios autoformantes:

(A) El modo de autoformación reiterante o modular, que tiene lugar cuando la operación reproduce inmediatamente (en las condiciones $\mathfrak{T}$ dichas) uno de los factores nucleares o todos ellos. Por ejemplo $a \times 1 = a$; $a + 0 = a$ Los módulos pueden interpretarse, en efecto, directamente, como operaciones formalmente autoformantes, expresando inmediatamente la unidad de un término. El módulo «0» incluye (como «unificador») que $a = a$ (a través de $a - a = 0$). La función de 1 en contextos de identidad se manifiesta claramente en fórmulas que contienen coeficientes unitarios.

La idempotencia podría considerarse como el aspecto autoformante de algunas operaciones en el caso en que la reiteración reproducente se aplica a términos no distintos entre sí: $a \cap a = a$ (caso límite: a un sólo término $\overset{+}{p} = p$). En el caso en el cual las operaciones idempotentes se aplican a términos distintos entre sí (a, b) en el aspecto autoformante inmediato desaparece ($a \cap b = c$), salvo en el caso $a \subset b$, en donde $a \cap b = a$. En el caso $a \not\subset b$, sin embargo, tenemos $a \cap b \neq c$ (heteroformante), pero, $a \cap b = c$ y $b \cap c = c$ (con lo que se obtiene una autoformación en un curso involutivo). Para la idempotencia involutiva, más adelante.

(B) El modo de autoformación absorbente. Mientras que el aspecto modular nos remite a un operador que reproduce otros términos, desapareciendo él mismo como término, el aspecto absorbente determina la eliminación del término al que se aplica la operación, reapareciendo como resultante el término absorbente: $a \times 0 = 0$. Diríamos que si por el aspecto modular los términos dados son reconstruídos operatoriamente, por el aspecto absorbente, los términos de referencia son destruídos (52).

(C) El modo de autoformación involutivo. Según este aspecto, una operación se nos presenta como conduciéndonos internamente (al ir reiterándose encadenadamente sobre sus resultados anteriores) al término o términos de partida (parámetros), después de una serie de pasos (finitos o infinitos).

Debe tenerse en cuenta sin embargo que el concepto de involución no nos remite siempre a un curso autoformante, puesto que puede ir envuelta en un proceso heteroformante (términos resultantes disociados) acumulativo: tal es el caso de las funciones periódicas. Aparentemente, tras de cada período 2π, se produce el valor de sen $x = k$. Pero, en rigor, la cuestión habría que analizarla de otro modo: por un lado habría que distinguir una serie (totalidad T) de arcos ($0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi, 5\pi/2, 7\pi/2, \ldots$) que van acumulándose («reteniéndose en el tiempo») y que corresponden a valores de x. La operación formadora de ésta serie infinita es evidentemente heteroformante sin perjuicio de que produce isológicamente arcos similares parcialmente. La operación sen x transforma cada valor (o término) de la serie de arcos ($x_1, x_2, \ldots x_n$). Esta operación sen x, no es pues la que determina el desarrollo de la serie ($x_1, x_2 \ldots x_n$), ni, menos aún, en modo alguno, cada *resultante* de sen x determina el valor de x_{i+j} o de sen x_{i+j}. Por tanto ocurre como si la operación sen x se aplicase no acumulativamente (T), sino distributivamente ($\mathfrak{T}$); que los valores de estas aplicaciones se repitan periódicamente es algo que no ha de confundirse con una aspectualidad autoformante, por modo involutivo de la operación sen x (la involución no está determinada por la operación sen x, sino por la serie $x_1, x_2, \ldots x_n$ sobre la cual se aplica la operación sen x).

En cambio cabría reducir la idempotencia a un caso de involución autoformante si interpretamos el curso de derivación de la idempotencia de una operación booleana como un período (al estilo de Huntington):

$$x \cdot x = x \cdot x + \varnothing = x \cdot x + x \cdot x' = x(x + x') = x \cdot 1 = x$$

(52) Cuando comparamos las fórmulas (aisladas) $a \times 0 = 0$ y $a \times 1 = 1$ no aparece razón alguna para llamar a «0» absorbente y a «1» modulante (puesto que igualmente podríamos ver a «a» como un módulo respecto de 0 en la primera fórmula y a «a» como un absorbente, respecto de 1 en la segunda. La distinción aparece cuando cada fórmula se compara con otras en las que se mantenga «0» y «1» variando los otros términos: $a \times 0 = 0$, $b \times 0 = 0$, $c \times 0 = 0 \ldots$ y $a \times 1 = a$, $b \times 1 = b$, $c \times 1 = c \ldots$ A nivel de estas *clases* ya cabe decir que (en la primera) el «a» es absorbente respecto de a, b, c... y que (en la segunda) el 1 es modulante respecto de a, b, c...